



**SALVAGUARDA**



# **RESOLUÇÃO COMENTADA**

**A**

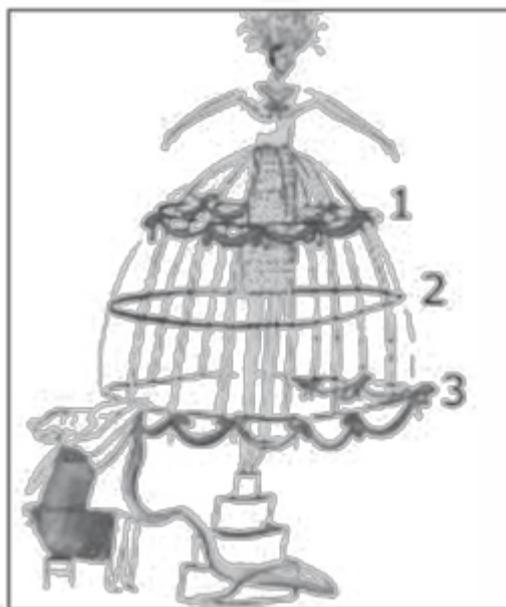
**C**

**B**

**D**

**E**

**1) (CPS-SP)** Para dar o efeito da saia rodada, o figurinista da escola de samba coloca sob as saias das baianas uma armação formada por três tubos plásticos, paralelos e em forma de bambolês, com raios aproximadamente iguais a  $r_1 = 0,50$  m,  $r_2 = 0,75$  m e  $r_3 = 1,20$  m.



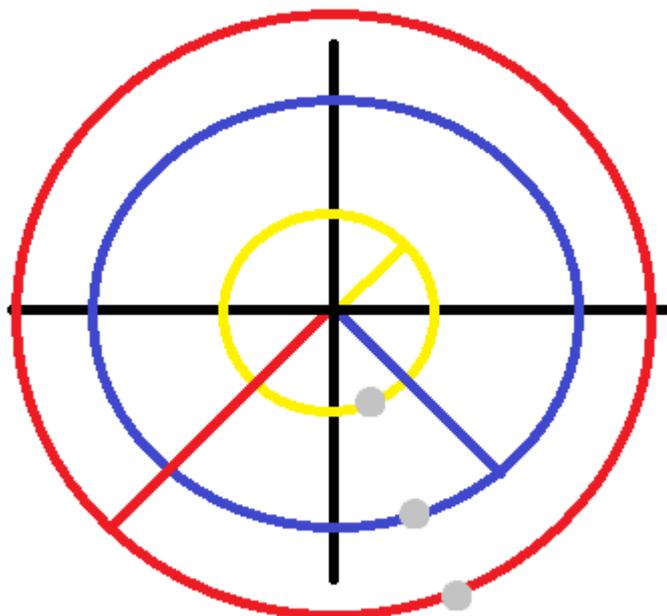
(Adaptado de Revista Veja, nº 35, de 01/09/2004, p. 82)

Pode-se afirmar que, quando a baiana roda, a relação entre as velocidades angulares ( $\omega$ ) respectivas aos bambolês 1, 2 e 3 é

- a)  $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$ .
- b)  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ .
- c)  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ .
- d)  $\omega_1 = \omega_2 > \omega_3$ .
- e)  $\omega_1 > \omega_2 = \omega_3$ .

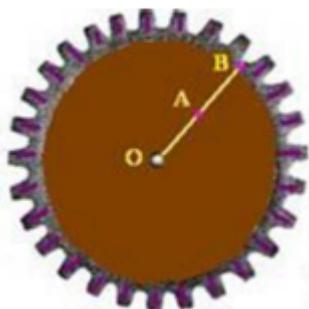
**R:**

Sendo velocidade angular ( $\omega$ ) definida como:  $\omega = 2\pi f$ , ou seja só depende da frequência e lembrando da relação da frequência como sendo o inverso do período ( $f = \frac{1}{T}$ ), percebe-se que a velocidade angular só depende do tempo (período), não dos raios, afinal, como no desenho abaixo feito pelo monitor, qualquer ponto independente do raio girará juntos de todos os outros. Portanto letra (C) que diz que as velocidades serão iguais.



Pense na figura acima, se todos as circunferências girarem completando uma volta no mesmo tempo, todas teriam o mesmo período, claramente, e portanto todas as cores ( aros ) teriam a mesma velocidade angular.

**2) (UFB)** A polia da figura abaixo está girando em torno de um eixo (ponto O). O ponto B dista 1m de O e o ponto A, 0,5m de O.



Sabendo que a polia gira com frequência de 10Hz, Pede-se:

- a) O período de rotação de cada ponto
- b) A velocidade escalar de cada ponto
- c) A velocidade angular de cada ponto

**R:**

( a ) O período ( T ) será o mesmo independente do ponto, e será o inverso da frequência, conforme descrito no exercício anterior, portanto  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0,1s$

( b ) Velocidade escalar é definida como  $v = \omega \cdot R$  , primeiro precisamos achar o  $\omega$ , e aqui novamente precisaremos da definição do exercício anterior, onde diz

$$\omega = 2\pi f = 20\pi$$

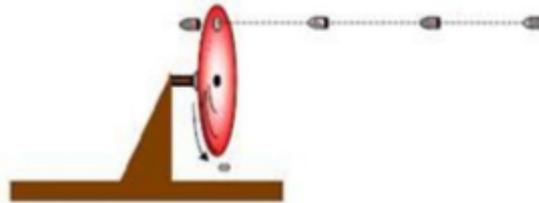
Logo na origem  $R = 0$  ;  $v = \omega 0 = 0$

No ponto A,  $R = 0,5\text{m}$  ;  $v = 20\pi \cdot 0,5 = 10\pi$

Em B,  $R = 1\text{m}$  ;  $v = 20\pi \cdot 1 = 20\pi$

( c ) Já foi feita, a velocidade angular será a mesma, novamente remetendo ao exercício anterior, independente do raio.

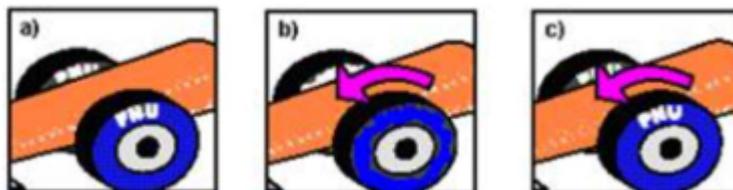
**3) (UFPE)** Uma arma dispara 30 balas por minuto. Essas balas atingem um disco girante sempre num mesmo ponto atravessando um orifício. Qual é a frequência do disco, em rotações por minuto?



**R:**

Por uma regra de três, se são 30 balas igual a um minuto, teremos 1/30 minutos o tempo de cada bala. Logo temos o período, e como ele pede a frequência basta inverter e teremos  $f = 30$  rotações por minuto.

**4) (UNICAMP-SP)**



O quadro (a), acima, refere-se à imagem de televisão de um carro parado, em que podemos distinguir claramente a marca do pneu (“PNU”). Quando o carro está em movimento, a imagem da marca aparece como um borrão em volta de toda a roda, como ilustrado em (b). A marca do pneu volta a ser nítida, mesmo com o carro em movimento, quando este atinge uma determinada velocidade. Essa ilusão de movimento na imagem gravada é devido à frequência de gravação de 30 quadros por segundo (30 Hz). Considerando que o diâmetro do pneu é igual a 0,6 m e  $\pi = 3,0$ , responda:

**a)** Quantas voltas o pneu completa em um segundo, quando a marca filmada pela câmera aparece parada na imagem, mesmo estando o carro em movimento?

**b)** Qual a menor frequência angular  $\omega$  do pneu em movimento, quando a marca aparece parada?

c) Qual a menor velocidade linear (em m/s) que o carro pode ter na figura (c)?

**R:**

**A)** Para que a marca do pneu pareça estar parada é necessário que o pneu complete um número inteiro de voltas entre dois quadros de gravação.

Como a frequência de gravação é 30Hz então o tempo entre dois quadros será:

$$T = \frac{1}{30} \text{ s}$$

Então a marca deve completar uma volta no mesmo tempo de intervalo entre dois quadros:

$$T = \frac{1}{N}$$

onde N é o número de voltas. substituindo o valor de T:

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{N}$$

$$N = 30 \text{ voltas}$$

**B)** Para sabermos a frequência mínima:

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

onde  $f = 30\text{Hz}$

$$\omega = 2\pi \cdot 30$$

$$\omega = 60\pi \text{ rad/s}$$

**C)** A expressão  $v = \omega \cdot r$  permite relacionar a velocidade linear com a velocidade angular e com o raio. Como o diâmetro é 0,6 o raio será a metade do diâmetro  $r = 0,3$

$$v = 60\pi \cdot 0,3$$

$$v = 18\pi$$

$$v = 18 \cdot 3,14$$

$$v = 56,5 \text{ m/s}$$

**5) (UEMG – 2018)** Em uma viagem a Júpiter, deseja-se construir uma nave espacial com uma seção rotacional para simular, por efeitos centrífugos, a gravidade. A seção terá um raio de 90 metros. Quantas rotações por minuto (RPM) deverá ter essa seção para simular a gravidade terrestre? (considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

a)  $10/\pi$

b)  $2/\pi$

c)  $20/\pi$

d)  $15/\pi$

**R:** 1º passo - determinar a velocidade angular.

$$acp = \frac{v^2}{R} \quad (\text{I})$$

$$V = w \cdot r \quad (\text{II})$$

substituindo  $v$  na primeira equação para chegarmos à uma simplificação e encontrar a velocidade angular:

$$a_{cp} = \omega^2 \cdot r$$

$$10 = \omega^2 \cdot 90$$

$$\omega^2 = \frac{10}{90}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10}{90}}$$

$$\omega = \frac{1}{9} \text{ rad/s}$$

2º passo - determinar a frequência em RPM

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$\frac{1}{9} = 2\pi \cdot f$$

$$f = \frac{1}{6\pi} \cdot 60s = \frac{10}{\pi}$$

**6)** Um móvel em trajetória circular de raio  $r = 5\text{m}$  parte do repouso com aceleração angular constante de  $10 \text{ rad/s}^2$ . Quantas voltas ele percorre nos 10 primeiros segundos?

**R:** Perceba no enunciado que o móvel possui uma aceleração, portanto fica subentendido que o móvel está em Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV) cuja aceleração é de  $10 \text{ rad/s}^2$ . com isso a equação horária da velocidade angular é válida para essa solução:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\omega = 0 + 10 \cdot 10 \quad (\text{como o móvel parte do repouso então } \omega_0 = 0)$$

$$\omega = 100 \text{ rad/s}$$

**7)** Um “motorzinho” de dentista gira com frequência de  $2000 \text{ Hz}$  até a broca de raio  $2,0 \text{ mm}$  encostar no dente do paciente, quando, após  $1,5 \text{ s}$ , passa a ter frequência de  $500 \text{ Hz}$ . Determine o módulo da aceleração escalar média e a aceleração angular média neste intervalo de tempo.

**R:**

Aceleração Escalar Média:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \frac{(v_2 - v_1)}{\Delta t}; \quad w = 2\pi f;$$

$$v_1 = w_1 \cdot r \rightarrow 2\pi f_1 \cdot r \rightarrow 2\pi 2000 \cdot 2 \rightarrow v_1 = 8000\pi \text{ mm/s}$$

$$v_2 = w_2 \cdot r \rightarrow 2\pi f_2 \cdot r \rightarrow 2\pi 500 \cdot 2 \rightarrow v_2 = 2000\pi \text{ mm/s}$$

$$a = \frac{(2000\pi - 8000\pi)}{1,5} \rightarrow a = -4000\pi \text{ mm/s}^2$$

Aceleração Angular Média:

$$\alpha = \frac{\Delta w}{\Delta t} \rightarrow \alpha = \frac{(w_2 - w_1)}{\Delta t};$$

$$w_1 = 2\pi f_1 \rightarrow 2\pi 2000 \rightarrow w_1 = 4000\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega^2 = 2\pi f^2 \rightarrow 2\pi 500 \rightarrow \omega^2 = 1000\pi \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{(1000\pi - 4000\pi)}{1,5} \rightarrow \alpha = -2000\pi \text{ rad/s}$$

**8) (Fuvest – 2017)** De férias em Macapá, cidade brasileira situada na linha do equador e a  $51^\circ$  de longitude oeste, Maria faz um selfie em frente ao monumento do marco zero do equador. Ela envia a foto a seu namorado, que trabalha em um navio ancorado próximo à costa da Groenlândia, a  $60^\circ$  de latitude norte e no mesmo meridiano em que ela está. Considerando apenas os efeitos da rotação da Terra em torno de seu eixo, determine, para essa situação,

- a) a velocidade escalar  $V_m$  de Maria;
- b) o módulo  $a_m$  da aceleração de Maria;
- c) a velocidade escalar  $V_n$  do namorado de Maria;
- d) a medida do ângulo  $\alpha$  entre as direções das acelerações de Maria e de seu namorado.

Note e adote:

- Maria e seu namorado estão parados em relação à superfície da Terra.
- As velocidades e acelerações devem ser determinadas em relação ao centro da Terra.
- Considere a Terra uma esfera com raio  $6 \times 10^6$  m.
- Duração do dia  $\approx 80.000$
- $\pi \approx 3$
- Ignore os efeitos da translação da Terra em torno do Sol.
- $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$
- $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ \approx 0,9$

**R:**

a) Velocidade Escalar de Maria:

A velocidade escalar média de maria é igual à da Terra, pois por estar na Terra, Maria acompanha o movimento de rotação da Terra, portanto:

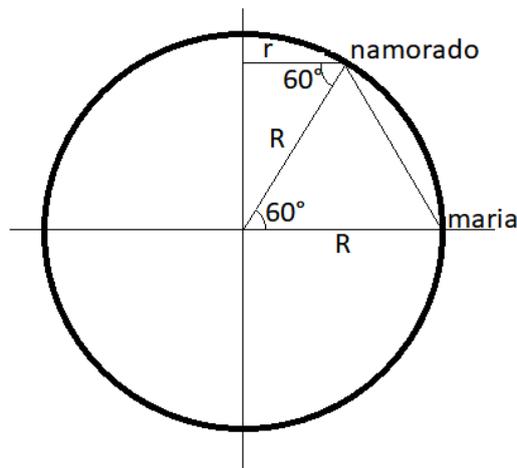
$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \frac{2\pi R}{\Delta t} \rightarrow \frac{2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^4} \rightarrow V_m = 450 \text{ m/s}$$

nota-se que  $2\pi r$  é o raio do equador da Terra;

b) Módulo da aceleração de Maria:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \rightarrow \frac{(4,5 \cdot 10^2)^2}{6 \cdot 10^6} \rightarrow a_{cp} = 3,375 \cdot 10^{-2} \approx 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$$

c) Velocidade Escalar do Namorado de Maria:



Devido à relação a cima, podemos concluir que:

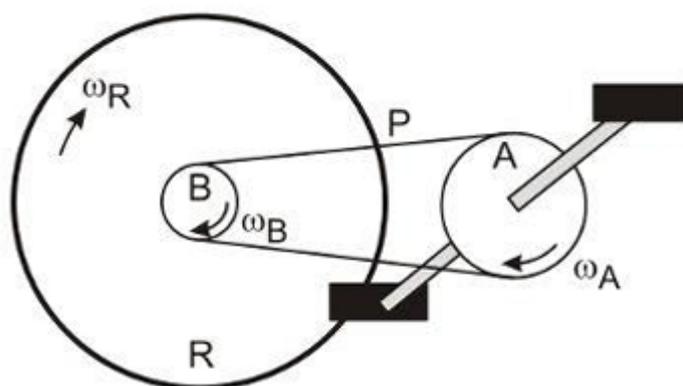
$$\cos 60^\circ = \frac{ca}{h} \rightarrow \frac{r}{R} \rightarrow r = R \cdot \cos 60^\circ \rightarrow r = 6 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow r = 3 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\text{logo } V_n = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \frac{2\pi r}{\Delta t} \rightarrow \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^4} \rightarrow V_n = 225 \text{ m/s}$$

d) A medida do ângulo  $\alpha$  entre a direção das acelerações de Maria e o namorado:

O tipo da aceleração é centrípeta, portanto, eles aceleram para o centro de suas respectivas circunferências, assim fazendo com que as acelerações sejam paralelas uma com a outra, então o ângulo  $\alpha = 0$ .

9) (UFRGS) A figura apresenta esquematicamente o sistema de transmissão de uma bicicleta convencional.



Na bicicleta, a coroa A conecta-se à catraca B por meio da correia P. Por sua vez, B é ligada à roda traseira R, girando com ela quando o ciclista está pedalando. Nessa situação, supondo que a bicicleta se move sem deslizar, as magnitudes das velocidades angulares,  $\omega_A$ ,  $\omega_B$  e  $\omega_R$ , são tais que

- a)  $\omega_A < \omega_B = \omega_R$
- b)  $\omega_A = \omega_B < \omega_R$
- c)  $\omega_A = \omega_B = \omega_R$

d)  $\omega_A < \omega_B < \omega_R$

e)  $\omega_A > \omega_B > \omega_R$

**R:**

Na bicicleta, note que, a catraca B possui o mesmo eixo de rotação que a roda traseira R. E, portanto, como elas compartilham o mesmo eixo, necessariamente elas terão a mesma velocidade angular ( $\omega_B = \omega_R$ ).

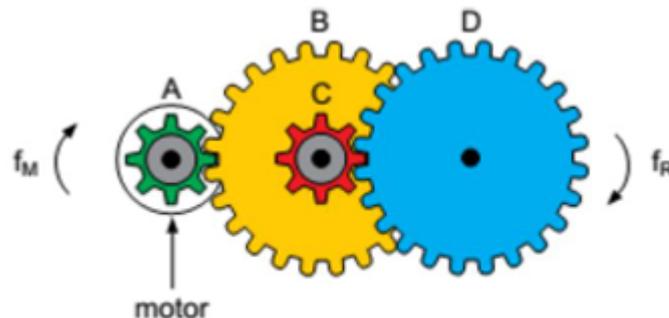
Enquanto isso, a coroa A conecta-se à catraca B por meio de uma correia, a qual vamos assumir não deslizar. A correia faz com que a catraca e a coroa possuam sempre a mesma velocidade tangencial, ou seja ( $v_A = v_B$ ). Como assumimos que a correia não desliza, podemos relacionar a velocidade angular dos objetos com suas velocidades tangenciais por meio de  $v = \omega R$ , onde R é o raio. Ou seja:

$$v_A = v_B \Rightarrow \omega_A R_A = \omega_B R_B .$$

Note que, para que essa igualdade seja satisfeita, como o raio de A é maior que B ( $R_A > R_B$ ), temos que a velocidade angular de B deve ser maior que a de A ( $\omega_A < \omega_B$ )!

Diante disso, a resposta é a **letra a**:  $\omega_A < \omega_B = \omega_R$ .

**10)** Um pequeno motor a pilha é utilizado para movimentar um carrinho de brinquedo. Um sistema de engrenagens transforma a velocidade de rotação desse motor na velocidade de rotação adequada às rodas do carrinho. Esse sistema é formado por quatro engrenagens, A, B, C e D, sendo que A está presa ao eixo do motor, B e C estão presas a um segundo eixo e D a um terceiro eixo, no qual também estão presas duas das quatro rodas do carrinho.



(www.mecatronicaatual.com.br. Adaptado.)

Nessas condições, quando o motor girar com frequência  $f_M$ , as duas rodas do carrinho girarão com frequência  $f_R$ . Sabendo que as engrenagens A e C possuem 8 dentes, que as engrenagens B e D possuem 24 dentes, que não há escorregamento entre elas e que  $f_M = 13,5$  Hz, é correto afirmar que  $f_R$ , em Hz, é igual a

- a) 1,5.
- b) 3,0.
- c) 2,0.
- d) 1,0.
- e) 2,5.

**R:**

Analogamente ao problema anterior da lista, vamos ressaltar, para o caso sem deslizamento:

- engrenagens com mesmo eixo de rotação possuem a mesma velocidade angular;
- engrenagens dentadas entre si possuem a mesma velocidade tangencial.

Por meio disso, podemos escrever as relações das velocidades angulares e tangenciais das diferentes engrenagens entre si. Primeiramente, a engrenagem A, que possui velocidade angular  $\omega_A$ , possui a mesma velocidade tangencial que a engrenagem B, uma vez que estão conectadas via os dentes:

$$v_A = v_B \Rightarrow \omega_A R_A = \omega_B R_B .$$

Enquanto isso, a engrenagem B e a C possuem a mesma velocidade angular, já que compartilham do mesmo eixo de rotação:

$$\omega_B = \omega_C .$$

Por fim, a engrenagem C transmite sua velocidade tangencial para a engrenagem D, de forma que

$$v_C = v_D \Rightarrow \omega_C R_C = \omega_D R_D .$$

Agora, para podermos tirar conclusões concretas desse conjunto de relações que escrevemos precisamos escrever valores para os raios das engrenagens. No entanto, o enunciado não deixa evidente qual o raio de cada engrenagem, pelo contrário, ele permite que obtenhamos relações entre os raios das engrenagens pelo número de dentes que cada uma possui. Para isso, vamos assumir que o espaçamento entre os dentes seja sempre o mesmo em todas as engrenagens, chamemos o espaçamento entre dois dentes subsequentes de  $a$ . De forma que, o comprimento  $C$  da parte dentada da engrenagem é

$$C = n a$$

em que  $n$  é o número de dentes da engrenagem. Mas, como se tratam de engrenagens circulares, esse comprimento é simplesmente o comprimento de um círculo, ou seja

$$C = n a = 2\pi R .$$

Note portanto que, o raio de uma engrenagem é proporcional ao número de dentes que ela possui, afinal

$$n a = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{n a}{2\pi} .$$

Isso implica que se uma engrenagem possui 3 vezes mais dentes que outra, seu raio será também 3 vezes maior! Portanto, como as engrenagens B e D possuem 3 vezes mais dentes ( $n_B = n_D = 24$ ) que as engrenagens A e C ( $n_A = n_C = 8$ ), seus raios também deverão obedecer a mesma proporção. Ou seja:

$$\begin{aligned} R_A &= R_C = r , \\ R_B &= R_D = R , \\ R &= 3r . \end{aligned}$$

Ao usarmos isso, nossas primeiras relações obtidas vão passar a ser

$$\omega_A R_A = \omega_B R_B \Rightarrow \omega_A r = \omega_B R \Rightarrow \omega_A r = \omega_B 3r \Rightarrow \omega_B = \omega_A / 3 ,$$

$$\omega_B = \omega_C \Rightarrow \omega_C = \omega_A / 3 ,$$

$$\omega_C R_C = \omega_D R_D \Rightarrow \omega_C r = \omega_D R \Rightarrow (\omega_A / 3) r = \omega_D 3r \Rightarrow \omega_D = \omega_A / 9 .$$

Se agora lembrarmos que a velocidade angular pode ser escrita como  $\omega = 2\pi f$ , onde  $f$  é a frequência, poderemos relacionar a frequência de rotação da engrenagem D com a frequência de A por meio da última relação obtida:

$$\omega_D = \omega_A / 9 \Rightarrow 2\pi f_D = 2\pi f_A / 9 \Rightarrow f_D = f_A / 9 .$$

Como a frequência de A é exatamente a frequência do motor (13,5 Hz) e a frequência de D é a frequência das rodas temos finalmente que

$$f_{rodas} = f_{motor} / 9 = 13,5 / 9 = 1,5 \text{ Hz},$$

resposta letra **a**.

**11)** (Mackenzie) Um avião, após deslocar-se 120 km para nordeste (NE), desloca-se 160 km para sudeste (SE). Sendo um quarto de hora, o tempo total dessa viagem, o módulo da velocidade vetorial média do avião, nesse tempo, foi de

- a) 320 km/h
- b) 480 km/h
- c) 540 km/h
- d) 640 km/h
- e) 800 km/h

**R:**

A velocidade vetorial média  $\vec{V}$  é definida como

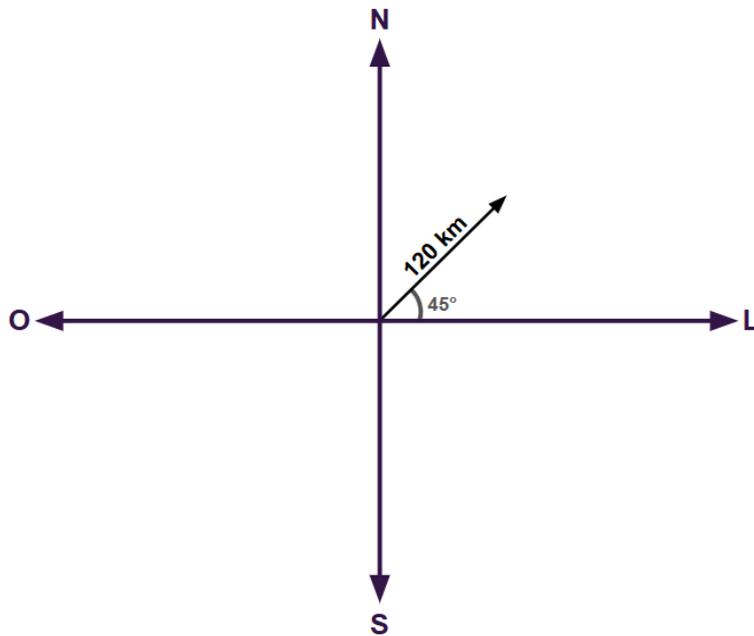
$$\vec{V} = \vec{\Delta S} / \Delta t,$$

onde  $\vec{\Delta S}$  é o **deslocamento vetorial**. Queremos encontrar somente o **módulo** da velocidade vetorial média, isto é, somente o seu **comprimento (ou, tamanho)**. Ou seja, queremos calcular

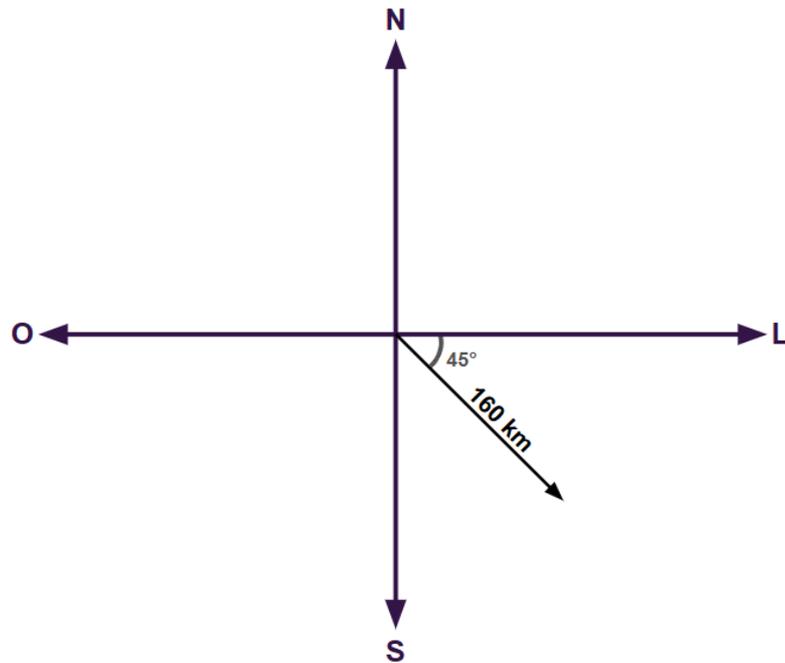
$$|\vec{V}| = |\vec{\Delta S}| / \Delta t.$$

Em outras palavras, vamos ter que dividir o módulo (comprimento) do vetor deslocamento pelo tempo total! Vamos, então, encontrar primeiro **quem é o vetor  $\vec{\Delta S}$** .

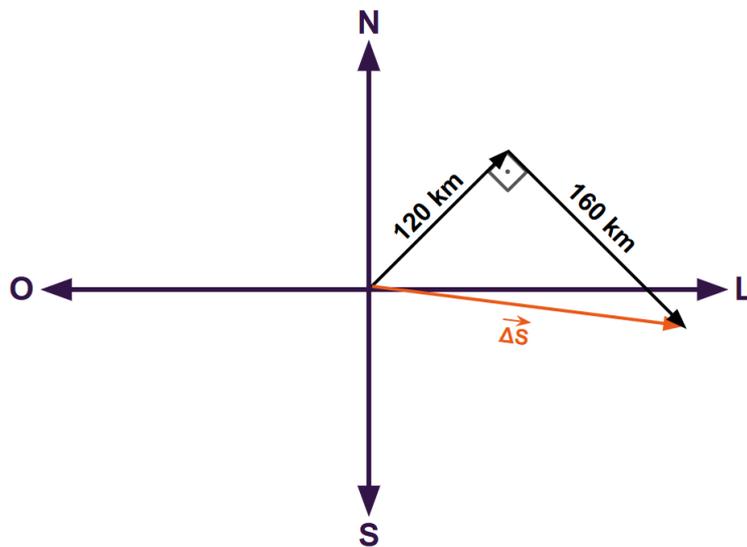
Sabemos que o avião inicialmente se desloca 120 km na **direção nordeste** (norte + leste); portanto, esse deslocamento é representado por um vetor que aponta nessa direção (fazendo  $45^\circ$  tanto com o eixo L quanto com o eixo N) e que tem módulo (comprimento) igual a 120 km, como é mostrado na figura abaixo.



Depois disso, ele se desloca mais 160 km na **direção sudeste** (sul + leste); o vetor que representa esse deslocamento é um que aponta nessa direção (fazendo  $45^\circ$  com os eixos S e L) e que tem módulo (comprimento) 160 km, como mostrado na figura abaixo.



O deslocamento vetorial  $\vec{\Delta S}$  total do avião vai ser a **soma** desses dois vetores, como mostrado na figura abaixo. Veja que o ângulo entre os dois vetores vai ser  $90^\circ$ ! (olhe pras duas figuras anteriores).



Lembre-se que precisamos encontrar o **módulo** desse vetor  $\vec{\Delta S}$ , isto é, o seu comprimento! Para isso, repare que podemos usar o **teorema de pitágoras**, pois os três vetores formam um triângulo retângulo! Então,

$$\begin{aligned}
 |\vec{\Delta S}|^2 &= 120^2 + 160^2 \\
 &= 40000 \\
 \Rightarrow |\vec{\Delta S}| &= \sqrt{40000} = 200 \text{ km.}
 \end{aligned}$$

Como está no enunciado, o avião fez todo esse deslocamento em **um quarto de hora**, ou seja, em um tempo  $\Delta t = \frac{1}{4}h$ . Portanto,

$$\begin{aligned} |\vec{V}| &= |\Delta \vec{S}| / \Delta t \\ &= \frac{200}{\frac{1}{4}} = 200 \cdot 4 = 800 \text{ km/h.} \end{aligned}$$

Logo, a alternativa correta é a **E**.

**12) (Uesc)** Considere um móvel que percorre a metade de uma pista circular de raio igual a 10,0 m em 10,0 s. Adotando-se  $\sqrt{2}$  como sendo 1,4 e  $\pi$  igual a 3, é correto afirmar:

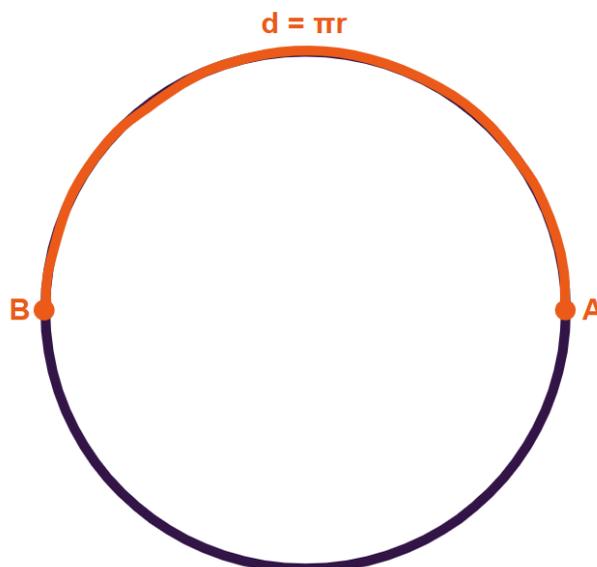
- a) O espaço percorrido pelo móvel é igual a 60,0 m.
- b) O deslocamento vetorial do móvel tem módulo igual a 10,0 m.
- c) A velocidade vetorial média do móvel tem módulo igual a 2,0 m/s.
- d) O módulo da velocidade escalar média do móvel é igual a 1,5 m/s.
- e) A velocidade vetorial média e a velocidade escalar média do móvel têm a mesma intensidade

**R:**

Primeiro, vamos calcular a **velocidade escalar média**! Essa velocidade é simplesmente o tanto que o móvel andou **ao longo da pista** dividido pelo tempo que ele levou pra fazer isso; ou seja,

$$v = d/t.$$

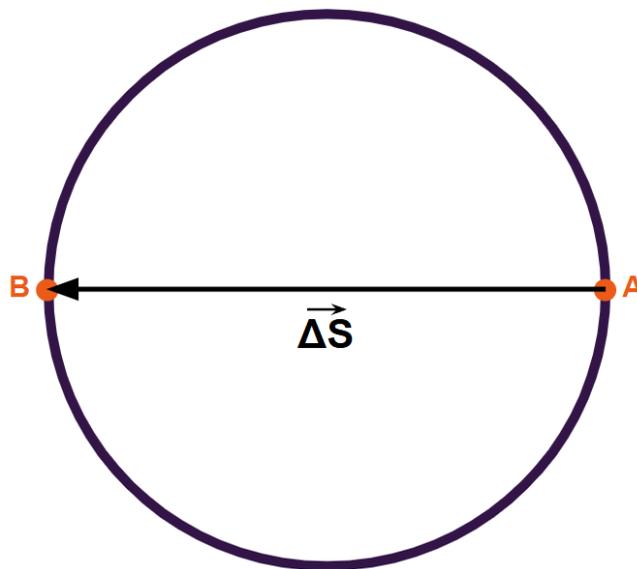
O móvel percorreu **a metade de um círculo**, como está ilustrado na figura abaixo (imagine que ele começou no ponto A e foi até o ponto B):



Sabemos que o **comprimento** de um círculo é  $2\pi r$ . O comprimento da metade de um círculo é, então,  $\pi r$ . Nesse caso, o enunciado diz que o raio da pista é 10 metros, e que temos que considerar  $\pi = 3$ . Portanto, o comprimento da metade da pista é  $3 \times 10 = 30$  metros. Então, o móvel andou uma distância de 30 metros **ao longo da pista** em 10 segundos; sua **velocidade escalar média** é, então,

$$v = d/t = 30 \text{ m} / 10 \text{ s} = 3 \text{ m/s}.$$

Agora, vamos calcular o módulo da **velocidade vetorial média**; em outras palavras, o **comprimento** do **vetor** velocidade vetorial média! Para isso, precisamos primeiro do **vetor deslocamento**  $\vec{\Delta S}$ . Esse vetor é simplesmente o vetor que liga o ponto inicial do móvel ao ponto final, representando o seu **deslocamento total** (veja a figura abaixo).



A velocidade vetorial média é dada por

$$\vec{V} = \vec{\Delta S} / \Delta t.$$

O **módulo** (comprimento) desse vetor vai ser, então,

$$|\vec{V}| = |\vec{\Delta S}| / \Delta t.$$

Ou seja, o **comprimento** da **velocidade vetorial média**  $\vec{V}$  é o **comprimento do vetor deslocamento**  $\vec{\Delta S}$  dividido pelo tempo! Agora, repare que o comprimento (tamanho) do vetor  $\vec{\Delta S}$  é o diâmetro do círculo (veja a figura acima)! Então,  $|\vec{\Delta S}| = 20 \text{ m}$ . Portanto,

$$|\vec{V}| = |\vec{\Delta S}| / \Delta t = 20 \text{ m} / 10 \text{ s} = 2 \text{ m/s}.$$

Assim, a velocidade escalar média é 3 m/s, e o módulo (comprimento) da velocidade vetorial média é 2 m/s. Logo, a alternativa correta é a **C**.

**13) (Uece)** Um barco pode viajar a uma velocidade de 11 km/h em um lago em que a água está parada. Em um rio, o barco pode manter a mesma velocidade com relação à água. Se esse barco viaja no Rio São Francisco, cuja velocidade da água, em relação à margem, assume 0,83 m/s, qual é sua velocidade aproximada em relação a uma árvore plantada na beira do rio quando seu movimento é no sentido da correnteza e contra a correnteza, respectivamente?

- a) 14 km/h e 8 km/h.
- b) 10,2 m/s e 11,8 m/s.
- c) 8 km/h e 14 km/h.
- d) 11,8 m/s e 10,2 m/s.

**R:**

0,83 m/s  $\approx$  3 km/h (apenas multiplique o valor por 3,6)

No movimento a favor da correnteza, a velocidade do barco e da água se somam, uma vez que eles estão no mesmo sentido logo :

$$11 \text{ km/h} + 3 \text{ km/h} = 14 \text{ km/h}$$

No movimento contra, a velocidade subtrai-se, da velocidade do barco, a velocidade da água, visto que elas agora estão em sentidos opostos:

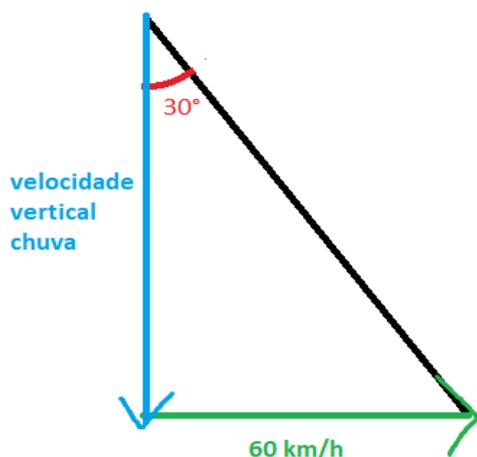
$$11 \text{ km/h} - 3 \text{ km/h} = 8 \text{ km/h}$$

**14) (UFMS-MS)** Um carro move-se com velocidade constante de 60 km/h. Começa a chover e o motorista observa que as gotas de água da chuva caem formando um ângulo de 30° com a vertical. Considerando que, em relação à Terra, as gotas caem verticalmente, qual a velocidade em que as gotas de água caem em relação ao carro?

- a)  $30\sqrt{3}$  km/h.
- b) 60 km/h.
- c) 120 km/h.
- d) 30 km/h.
- e) 80 km/h

**R:**

No referencial do automóvel, o próprio carro está parado e as gotas são as que se movem com uma velocidade contrária ao sentido da velocidade do carro, para imaginar isso, tente se imaginar como um passageiro dentro do carro, você veria algo assim, Sendo a linha preta a velocidade total da gota.

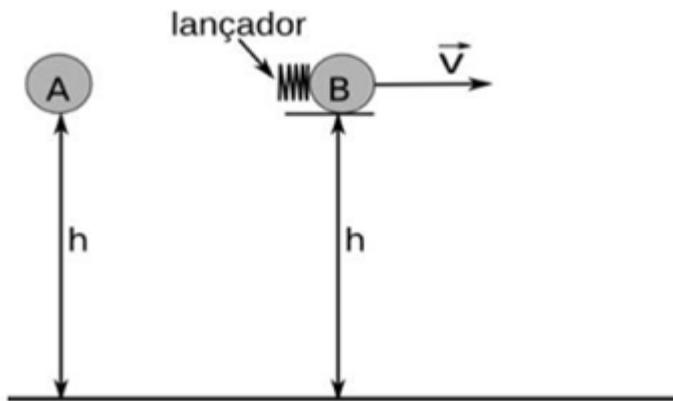


Logo, pode-se calcular a velocidade total da gota observando que o vetor velocidade horizontal (60 km/h) se dá como cateto oposto ao ângulo de 30°, assim, como o seno de 30° é  $\frac{1}{2}$  e  $\text{seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$ , tem-se que:

$$60 / \text{velocidade total} = 1/2$$

velocidade total = 120 km/h

**15) (Uncisal-AL)** Num experimento, são utilizadas duas bolas de bilhar idênticas, um lançador de bolas horizontal e um ambiente com ar muito rarefeito, de maneira que os corpos em movimento apresentam resistência do ar desprezível. Por meio de sensores e fotografia estroboscópica, o experimento consiste em acompanhar o tempo de queda das duas bolas e caracterizar o tipo de movimento que elas descrevem durante a queda. As duas são colocadas numa mesma altura inicial ( $h$ ), ficando a bola (B) sobre uma plataforma. A bola (A) é abandonada no mesmo instante que a bola (B) é lançada horizontalmente com velocidade  $V$ .



Assumindo que a aceleração da gravidade é constante, é correto afirmar que:

- a) a bola (A) tem o tempo de queda menor que o tempo de queda da bola (B).
- b) a bola (A) tem o tempo de queda maior que o tempo de queda da bola (B).
- c) os tempos de queda das duas bolas são iguais e a bola (B) descreve um movimento uniforme.
- d) as duas componentes da velocidade da bola (B) são descritas por um movimento uniforme variado.
- e) os tempos de queda das duas bolas são iguais e a bola (A) descreve um movimento uniforme variado.

**R:**

Primeiramente, o movimento de ambas as bolas podem ser divididos na direção vertical e horizontal.

Como as duas bolas são soltas na mesma altura, estão sujeitas à mesma aceleração gravitacional na direção vertical e também a resistência do ar é desprezível, podemos concluir que o movimento vertical delas será idêntico.

Isto significa que ambas variam suas velocidades verticais na mesma taxa ao longo do tempo, fazendo com que cheguem ao solo juntas.

No movimento horizontal, a velocidade da bolinha A é nula, diferentemente da bolinha B que possui uma velocidade  $V$ .

Como a resistência do ar é desprezível, a bolinha B terá um movimento com velocidade constante na direção horizontal ao longo da queda até chegar ao chão.

Agora analisando as questões, temos que:

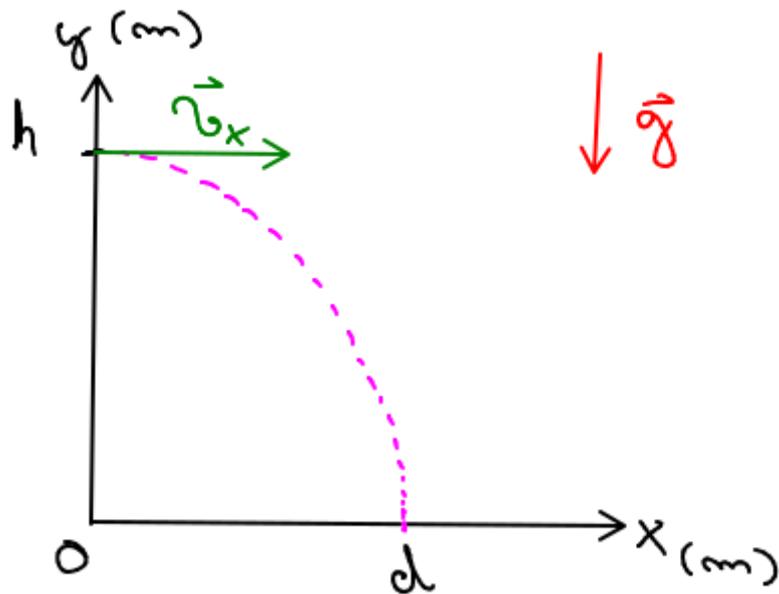
- a) Falsa. Por elas serem soltas na mesma altura  $h$ , a resistência do ar ser desprezível e ambas estarem sujeitas a mesma aceleração gravitacional, as duas bolinhas terão o mesmo movimento vertical. Isto significa que o tempo de queda de ambas são iguais
- b) Falso. Vide argumento acima
- c) Falso. Embora a afirmação que o tempo de queda das duas são iguais está correta, a bolinha B só tem movimento uniforme no eixo horizontal. Já no vertical, ele está sujeito a uma aceleração (gravitacional) que tornará o movimento uniformemente variado, diferindo do que a alternativa afirma.
- d) Falso. O movimento uniformemente variado só ocorre na B no movimento vertical, que está sujeito a aceleração gravitacional. Já no movimento horizontal, como não há resistência do ar (ou nenhum tipo de aceleração que altere a velocidade), o movimento será com velocidade constante. Isto significa que será um movimento uniforme.
- e) Verdadeiro. A primeira afirmação está correta, pelos argumentos apresentados acima. A segunda afirmação também, pois A só tem movimento na direção vertical e é nesta direção que existe a aceleração gravitacional, que torna o movimento uniforme variado.

**16) (Unic-MT)** Considere uma pedra sendo lançada horizontalmente do alto de um edifício de 125,0 m de altura, em um local onde o módulo da aceleração da gravidade é igual a 10 m/s<sup>2</sup> e tendo um alcance horizontal igual a 10,0 m. Nessas condições, conclui-se que a velocidade com que a pedra foi lançada, em m/s, é igual a:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

**R:**

Primeiramente, o movimento da pedra pode ser decomposto em um movimento vertical e horizontal. Abaixo deixo uma figura ilustrando o problema.



A questão nos dá os seguintes dados:

- $h = 125 \text{ m}$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $d = 10 \text{ m}$

A questão pede-nos para encontrar o valor de  $V_x$ , que é a velocidade inicial no eixo  $x$  (o que está em verde no gráfico).

Para encontrar o valor de  $V_x$ , vamos analisar cada um dos movimentos, começando pelo horizontal.

### Movimento horizontal

Neste movimento, a pedra não está sujeita a nenhuma aceleração (não há resistência do ar e a aceleração gravitacional só atua na direção vertical). Isto significa que ele manterá a velocidade constante durante todo o movimento, fazendo com que possamos chamá-lo de movimento uniforme.

Uma equação que podemos usar para o movimento uniforme é a seguinte:

$$S_{fx} = S_{ix} + V_x \Delta t \quad (1)$$

Legenda:

- $S_{fx}$  : é a posição final no eixo  $x$
- $S_{ix}$  : é a posição inicial no eixo  $x$
- $V_x$  : é a velocidade inicial no eixo  $x$  (o objetivo da questão)
- $\Delta t$  : intervalo de tempo durante o movimento

A questão nos fornece os seguintes dados:

O movimento final  $S_{fx}$  vale d, que é 10 m.

O valor de  $S_{ix}$  é igual a zero (o movimento começa no ponto 0 do eixo x).

Substituindo na equação (1), teremos.

$$\begin{aligned}10 &= 0 + V_x \Delta t \\10 &= V_x \Delta t \\ \frac{10}{\Delta t} &= V_x \\ V_x &= \frac{10}{\Delta t}\end{aligned}\tag{2}$$

Chegamos numa equação que me dá o valor de  $V_x$  caso eu conheça o tempo  $\Delta t$  que leva para a pedra cair no chão.

Agora vamos analisar o movimento vertical para encontrar o valor de  $\Delta t$ .

### Movimento vertical

Primeiramente a bolinha começa o movimento vertical em repouso, pois não há nenhuma velocidade inicial nesta direção.

Como existe a presença da gravidade nesta direção, a velocidade da pedra vai variar em seu sentido, aumentando sua velocidade vertical ao longo do tempo.

Este movimento está sujeito a uma aceleração constante e pode ser chamado de movimento uniformemente variado.

Uma equação que rege este movimento é a seguinte:

$$S_{fy} = S_{iy} + V_{iy} \Delta t + \frac{a}{2} \Delta t^2\tag{3}$$

Legenda:

$S_{fy}$  : posição final no eixo y

$S_{iy}$  : posição inicial no eixo y

$V_{iy}$  : velocidade inicial no eixo y

$\Delta t$  : intervalo de tempo do movimento

$a$  : aceleração

A questão nos fornece os seguintes dados:

$S_{fy} = 0$ , pois a posição final do movimento vertical é quando a pedra chega no chão.

$S_{iy} = 125$  m, pois é a altura inicial de onde a pedra é lançada.

$V_{iy} = 0$ , pois a pedra começa em repouso (sem nenhuma velocidade inicial na direção vertical)

$a = -10$ , pois  $a = g$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . O sinal de menos é porque a aceleração gravitacional aponta na direção negativa do eixo  $y$ .

Substituindo os dados acima nas equação (3), teremos:

$$\begin{aligned}S_{fy} &= S_{iy} + V_{iy} \Delta t + \frac{a}{2} \Delta t^2 \\0 &= 125 + 0 \Delta t + \frac{-10}{2} \Delta t^2 \\0 &= 125 + \frac{-10}{2} \Delta t^2 \\0 &= 125 - \frac{10}{2} \Delta t^2 \\0 &= 125 - 5 \Delta t^2 \\5 \Delta t^2 &= 125 \\\Delta t^2 &= \frac{125}{5} \\\Delta t^2 &= 25 \\\Delta t &= \sqrt{25} \\\Delta t &= 5 \text{ s}\end{aligned}$$

Descobrimos que o tempo que leva para a pedra cair da altura de 125 m até chegar no solo é de 5 segundos.

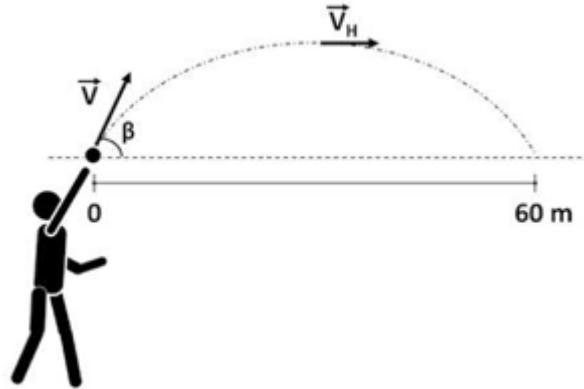
Desta forma, para finalizarmos a questão, vamos substituir este tempo encontrado na equação (2):

$$\begin{aligned}V_x &= \frac{10}{\Delta t} \\V_x &= \frac{10}{5} \\V_x &= 2 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Encontramos o resultado. Para que a pedra alcance uma distância de 10 metros sendo lançada horizontalmente de uma altura de 125 m, sem resistência do ar e com aceleração gravitacional valendo  $10 \text{ m/s}^2$ , sua velocidade horizontal inicial deve ser de 2 m/s.

Isto condiz com a letra a) da questão, que é o gabarito 😊

**17) (Fatec-SP)** Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 4 segundos.



Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, podemos concluir que os módulos da velocidade  $V$ , de lançamento, e da velocidade  $V_H$ , na altura máxima, são, em metros por segundos, iguais a, respectivamente, (Dados:  $\sin\beta = 0,8$ ;  $\cos\beta = 0,6$ ).

- a) 15 e 25.
- b) 15 e 50.
- c) 25 e 15.
- d) 25 e 25.
- e) 25 e 50.

**R: C) 25 e 15**

O componente Horizontal da Velocidade ( $v_h$ ), tem velocidade constante durante todo o trajeto.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v_h = \frac{60m}{4s} = 15m/s$$

Conhecendo o componente horizontal do vetor velocidade, podemos encontrar o vetor da seguinte forma:

$$v_h = v \cdot \cos \beta \rightarrow v = \frac{v_h}{\cos \beta}$$

$$v = \frac{15 m/s}{0,6} = 25 m/s$$

**18) (UFAM 2023)** - Questão Média de Física Quando luz branca atravessa meios materiais diferentes, suas componentes de diferentes frequências se propagam com diferentes velocidades. Em razão dessa diferença na velocidade de propagação, a luz branca se separa em cores ao sofrer refração. Esse fenômeno, que recebe o nome de dispersão luminosa, tem como exemplo clássico o arco-íris que se forma em virtude da dispersão da

luz branca solar ao incidir nas gotas de água em suspensão na atmosfera. A dispersão pode tornar-se mais acentuada se a luz branca sofrer duas refrações seguidas, como acontece nos prismas e nas gotas de água em suspensão na atmosfera. Considere as seguintes afirmativas:

- I. Se uma pessoa observa um arco-íris à sua frente, certamente o Sol também está à sua frente.
- II. A dispersão da luz branca ocorre porque o índice de refração de um meio, como a água, varia com a frequência de cada componente da luz branca.
- III. O arco-íris é um fenômeno determinado pela refração, seguida pela reflexão da luz solar no interior das gotas em suspensão na atmosfera e posterior refração para o ar.
- IV. Quando um feixe de luz branca passa do ar para um meio mais refringente como a água, numa incidência oblíqua à superfície de separação entre os meios, a componente violeta é a que mais se aproxima da normal.

Assinale a alternativa CORRETA:

- a) somente as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- b) somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- c) somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
- d) somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- e) somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.

**R: a)**

I) Errada: quando alguém observa um arco-íris, as gotas de água estão na sua frente, enquanto o Sol está atrás, pois a luz do sol sofre uma reflexão dentro da gota de água.

II) Correta: O índice de refração do espectro da luz visível realmente varia de cor pra cor, no meio transparente.

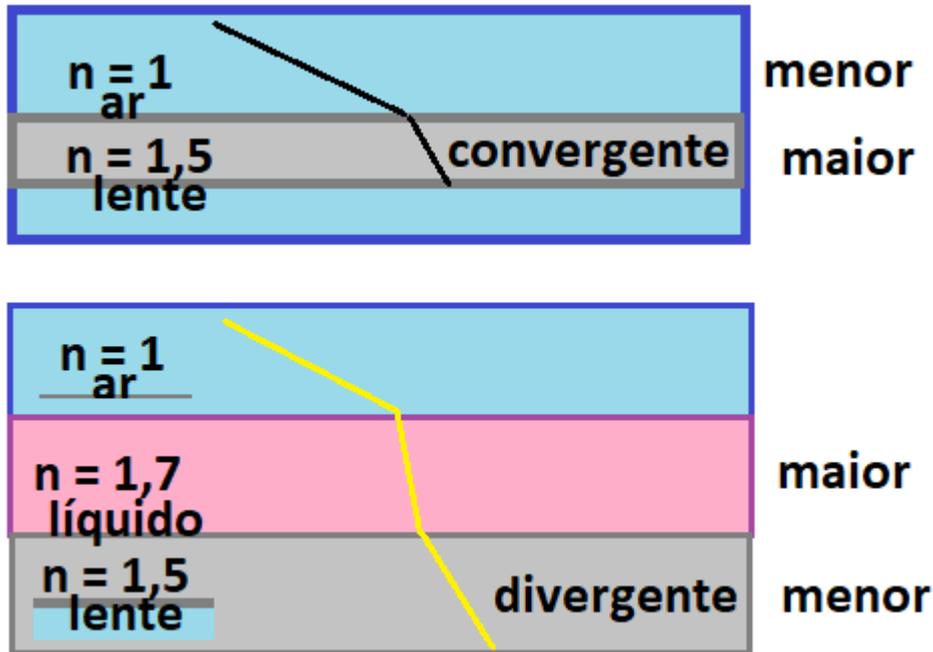
III) Correta: Descreve perfeitamente como ocorre a formação do arco-íris.

IV) Correta: A componente violeta é que está mais perto de formar  $90^\circ$  com a superfície onde o raio de luz incide.

**19) (FUND. CARLOS CHAGAS)** Uma lente, feita de material cujo índice de refração absoluto é 1,5, é convergente no ar. Quando mergulhada num líquido transparente, cujo índice de refração absoluto é 1,7, ela:

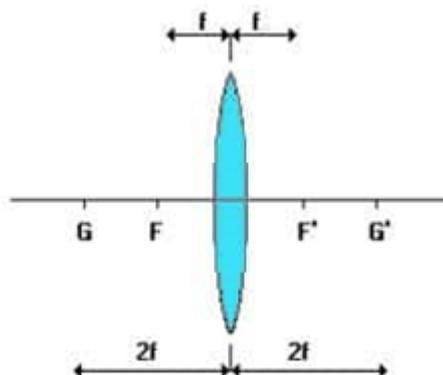
- a) será convergente;
- b) será divergente;**
- c) será convergente somente para a luz monocromática;
- d) se comportará como uma lâmina de faces paralelas;
- e) não produzirá nenhum efeito sobre os raios luminosos.

R: a) Errado, pois quando a luz passa de um meio mais refringente (líquido, índice de refração = 1,7) para o menos refringente (lente, índice de refração = 1,5), será divergente. Ver experimento <https://www.youtube.com/watch?v=aaC1EPoYM2E>  
 b) Correto, de acordo com a explicação da letra a). A figura abaixo ilustra bem isso.



- c) Errado, pois o comportamento da lente em termos de convergência ou divergência é independente de ser luz monocromática ou policromática; depende dos índices de refração.  
 d) Errado, pois uma lente só se comporta como uma lâmina de faces paralelas se não tiver curvatura, o que não é o caso da questão.  
 e) Errado, pois a lente continuará produzindo efeito nos raios luminosos, mas de maneira divergente

20) (UFRS) A figura representa uma lente esférica delgada de distância focal  $f$ . Um objeto real é colocado à esquerda da lente, em uma posição tal que sua imagem real se forma à direita dela.



Para que o tamanho dessa imagem seja igual ao tamanho do objeto, este deve ser colocado:

- a) à esquerda de G.
- b) em G.
- c) entre G e F.
- d) em F.
- e) entre F e a lente.

**R: b) em G**

Segundo a equação do aumento, o objeto e sua imagem possuirão o mesmo tamanho quando suas distâncias em relação ao centro óptico da lente forem iguais, logo,  $P = P'$ . Logo, ao aplicar a equação de Gauss e substituindo  $P$  e  $P'$  por  $x$ , teremos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{x}$$

$$x = 2f$$

O objeto deve estar sobre o centro de curvatura da lente, pois esse é o ponto que corresponde ao dobro do foco, representado na figura por G.

**21) (UEM)** Um objeto de tamanho igual a 15 cm está situado a uma distância igual a 30 cm de uma lente. Verifica-se que a lente forma uma imagem virtual do objeto cujo tamanho é igual a 3 cm. Qual é o módulo da distância (em cm) da imagem à lente?

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

**R:** Usando a equação da lentes e da relação de tamanho entre o objeto e a imagem::

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \quad (1)$$

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{d_i}{d_o} \quad (2)$$

Temos que a distância do objeto à lente ( $d_o$ ) é 30 cm e o tamanho do objeto ( $h_o$ ) é 15 cm. O tamanho da imagem ( $h_i$ ) é dado como 3 cm. Assim, usando a eq (2) temos:

$$\frac{3}{15} = \frac{i}{30} \rightarrow d_i = \frac{30}{5} \rightarrow d_i = 6 \text{ cm}$$

Deste modo, como  $|6| = 6$ , temos que o módulo da distância é **6 cm**.

**22) (Uece)** Uma estudante constrói uma luneta usando uma lente convergente de 58,2 cm de distância focal como objetiva e uma lente convergente com 1,9 cm de distância focal como ocular. Sabendo-se que a distância entre as lentes ocular e objetiva é de 60 cm, qual é, aproximadamente, a distância, em centímetros, entre a imagem final de um astro observado e a ocular?

- a) 10,0
- b) 30,6
- c) 34,2
- d) 36,4

**R:** Temos que a distância da imagem formada pela lente objetiva em um telescópio refrator, até ela mesma é a distância focal  $p'_1 = (58,2 \text{ cm})$ .

Como sabemos que a distância entre as lentes ocular e objetiva é **60 cm**:

$$p = 60 - 58,2 \rightarrow p = 1,8 \text{ cm}$$

Usando a equação dos pontos conjugados  $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1}$  para a lente ocular, temos:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \rightarrow \frac{1}{1,8} = \frac{1}{1,9} + \frac{1}{p'_2} \rightarrow \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{1,9} - \frac{1}{1,8} \rightarrow p'_2 = -34,2 \text{ cm}$$

Deste modo, a distância entre a imagem final de um astro observado e a ocular é de **(34,2cm)**.

**23) (FMTM-MG)** Um microscópio composto é um dispositivo que permite visualizar objetos de pequenas dimensões. Seu sistema óptico é constituído de duas lentes: a ocular e a objetiva. Pode-se afirmar que:

- a) As duas lentes são divergentes
- b) As duas lentes são convergentes
- c) As duas lentes têm convergências negativas
- d) A ocular é convergente e a objetiva divergente
- e) A ocular é divergente e a objetiva convergente

**R: Alternativa B)**

A lente objetiva do microscópio serve para formar uma imagem real do objeto, enquanto a lente ocular, faz a ampliação da imagem real. Ambas as lentes também têm poder de ampliação. Deste modo, as duas lentes são convergentes.

**24) (PUC-MG)** Na formação das imagens na retina da visão humana, tendo em vista uma pessoa com boa saúde visual, o cristalino funciona como uma lente:

- a) convergente, formando imagens reais, invertidas e diminuídas.**
- b) convergente, formando imagens reais, direitas e diminuídas.
- c) divergente, formando imagens virtuais, invertidas e diminuídas.
- d) divergente, formando imagens reais, direitas e diminuídas.
- e) divergente, formando imagens reais, invertidas e de mesmo tamanho.

**R: A imagem formada pelo cristalino sobre a retina é real (cruzamento dos raios de luz), invertida (de cabeça para baixo) e diminuídas (menor que o objeto). Essa imagem é “recebida”, invertida e ampliada pelo cérebro para que possamos perceber perfeitamente o mundo ao nosso redor.**

**25)** Os erros de refração causam defeitos na visão humana que podem, na maioria das vezes, ser corrigidos por meio de lentes refrativas. Assinale, entre as opções seguintes, aquela em que o defeito de visão não se trata de um erro de refração:

- a) miopia
- b) hipermetropia
- c) astigmatismo
- d) presbiopia
- e) daltonismo**

**R:**

- a) **Incorreto, pois a miopia é um erro de refração em que os objetos próximos são vistos com mais clareza do que os objetos distantes. Isso ocorre quando a imagem é focalizada na frente da retina, geralmente devido a um globo ocular muito longo ou uma córnea muito curva. Pode ser corrigida com lentes divergentes para deslocar o ponto focal para a retina.**
- b) **Incorreto, pois a hipermetropia é um erro de refração em que os objetos distantes são vistos com mais clareza do que os objetos próximos. Isso ocorre quando a imagem é focalizada atrás da retina, geralmente devido a um globo ocular muito curto ou uma córnea muito plana. Pode ser corrigida com lentes convergentes para mover o ponto focal para a retina.**
- c) **Incorreto, pois o astigmatismo é um erro de refração causado por uma curvatura irregular da córnea ou do cristalino, resultando em diferentes pontos focais ao longo de diferentes meridianos do olho. Pode ser corrigido com lentes cilíndricas que corrigem a curvatura irregular.**
- d) **Incorreto, pois a presbiopia é um erro de refração relacionado à idade em que ocorre uma diminuição da capacidade do cristalino de se ajustar para focar objetos próximos. Isso geralmente ocorre após os 40 anos e pode ser corrigido com lentes bifocais ou progressivas.**
- e) **Correto, pois os erros de refração fazem com que os raios de luz cheguem desfocados na retina, sendo assim, a única alternativa que não apresenta um erro de refração é a letra “e”, uma vez que o daltonismo é uma condição genética que afeta a percepção de cores do indivíduo.**

