SALVAGUARDA

LISTA DE EXERCÍCIOS

MATEMÁTICA

JUNHO

Olá, estudante! Este documento traz a lista de exercícios de Junho. O objetivo dela é te ajudar a fixar os conteúdos do cronograma do mesmo mês.

Lista de exercícios: fixação do cronograma de Junho

Assuntos abordados neste mês:

Frente 2 – Funções	**Frente 3 – Geometria Plana**	**Frente 6 – Matrizes e Determinantes**	**Frente 7 – Sistemas Lineares**
Função Modular	Segmentos Proporcionais	Conceito e Definição	Conceitos Básicos
Função Exponencial	Semelhança de Triângulos	Adição e Subtração de Matrizes	Sistemas Escalonados
Equação Exponencial	Demonstração da Base Média do Trapézio	Multiplicação entre Matrizes	Sistemas SPD, SPI e SI
Inequação Exponencial	O Teorema de Tales	Matriz Transposta	Interpretação Geométrica de Sistemas
Logaritmo e Função Logarítmica	Base Média do Triângulo e Trapézio	Matrizes Identidade e Inversa	Sistema Homogêneo
	Demonstração da Base Média do Trapézio	Propriedades dos Determinantes	
	O Teorema de Pitágoras	Calculando o Determinante de Matrizes (até ordem 3)	
		Teorema Fundamental de Laplace	

Agora vamos praticar!

Frente 2: Funções

1. (Faap-SP) A produção diária x estimada por uma refinaria é dada por $|x - 200.000| \leq 125.000$, em que x é medida em barris de petróleo. Os níveis de produção x são tais que:
   (a) $175.000 \leq x \leq 225.000$
   (b) $75.000 \leq x \leq 125.000$
   (c) $75.000 \leq x \leq 325.000$
   (d) $125.000 \leq x \leq 200.000$
   (e) $x \leq 125.000$ ou $x \geq 200.000$

2. (UFMG 2011) Um grupo de animais de certa espécie está sendo estudado por veterinários. A cada seis meses, esses animais são submetidos a procedimentos de morfometria e, para tanto, são sedados com certa droga. A quantidade mínima da droga que deve permanecer na corrente sanguínea de cada um desses animais, para mantê-los sedados, é de 20 mg por quilograma de peso corporal. Além disso, a meiavida da droga usada é de 1 hora - isto é, a cada 60 minutos, a quantidade da droga presente na corrente sanguínea de um animal reduz-se à metade.

   Sabe-se que a quantidade $q(t)$ da droga presente na corrente sanguínea de cada animal, t minutos após um dado instante inicial, é dada por
   $$q(t) = q_0 2^{-kt},$$
   em que:
   - q_0 é a quantidade de droga presente na corrente sanguínea de cada animal no instante inicial e
   - k é uma constante característica da droga e da espécie.

   Considere que um dos animais em estudo, que pesa 10 quilogramas, recebe uma dose inicial de 300 mg da droga e que, após 30 minutos, deve receber uma segunda dose. Suponha que, antes dessa dose inicial, não havia qualquer quantidade da droga no organismo do mesmo animal.

   Com base nessas informações,
   (a) CALCULE a quantidade da droga presente no organismo desse animal imediatamente antes de se aplicar a segunda dose.
   (b) CALCULE a quantidade mínima da droga que esse animal deve receber, como segunda dose, a fim de ele permanecer sedado por, pelo menos, mais 30 minutos.

3. (FUVEST 2016) Use as propriedades do logaritmo para simplificar a expressão:
   $$S = \frac{1}{2 \cdot \log_2 2016} + \frac{1}{5 \cdot \log_3 2016} + \frac{1}{\log_7 2016}.$$
   O valor de S é
   (a) $\frac{1}{2}$
   (b) $\frac{1}{3}$
   (c) $\frac{1}{5}$
   (d) $\frac{1}{7}$
   (e) $\frac{1}{10}$

4. (ENEM 2016) Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3 000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min. Use 0,477 como aproximação para $\log_{10}(3)$ e 1,041 como aproximação para $\log_{10}(11)$. O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de
   (a) 22
   (b) 50

(c) 100
(d) 200
(e) 400

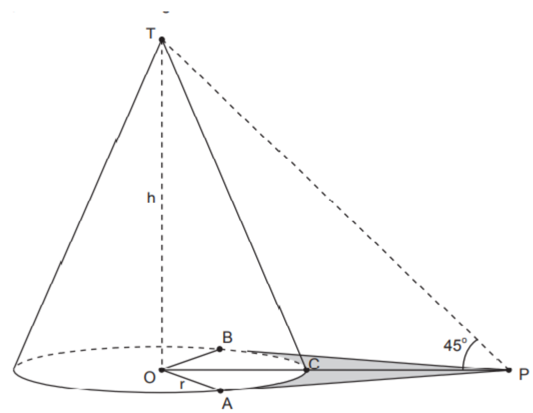
5. (EsPCEx) A quantidade de números inteiros ímpares que pertencem ao intervalo que satisfaz a inequação exponencial a seguir é de:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-8x+5} > 4$$

(a) um número ímpar.
(b) dois números ímpares.
(c) três números ímpares.
(d) quatro números ímpares
(e) cinco números ímpares.

Frente 3: Geometria Plana

6. (UFMG 2013) Um cone circular reto de raio $r = \sqrt{3}$ e altura $h = 2\sqrt{3}$ é iluminado pelo sol a um ângulo de 45°, como ilustrado a seguir.

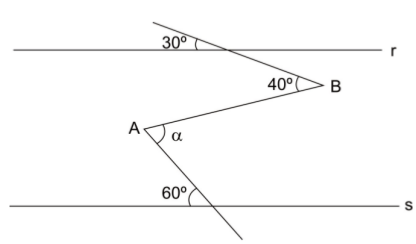


A sombra projetada pelo cone é delimitada pelos segmentos PA e PB, tangentes ao círculo da base do cone nos pontos A e B, respectivamente.

Com base nessas informações,

(a) DETERMINE a distância de P ao centro O do círculo.
(b) DETERMINE o ângulo AOB.
(c) DETERMINE a área da sombra projetada pelo cone.

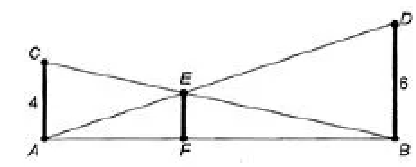
7. (FGV 2004) Na figura, os pontos A e B estão no mesmo plano que contém as retas paralelas r e s.



Assinale o valor de α:

(a) 30°
(b) 50°
(c) 40°
(d) 70°
(e) 60°

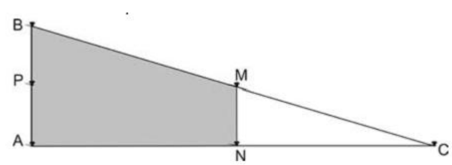
8. (ENEM 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

(a) 1 m
(b) 2 m
(c) 2.4 m
(d) 3 m
(e) 2.6 m

9. (ENEM 2010) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.



A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto. Nessas condições, a área a ser calçada corresponde

(a) à mesma área do triângulo AMC.
(b) à mesma área do triângulo BNC.
(c) à metade da área formada pelo triângulo ABC.
(d) ao dobro da área do triângulo MNC.
(e) ao triplo da área do triângulo MNC.

10. (UFES 2000) (Ufes 2000) Quatro pequenas cidades A, B, C e D estão situadas em uma planície. A cidade D dista igualmente 50km das cidades A, B e C. Se a cidade C dista 100km da cidade A e 50km da cidade B, qual dos valores abaixo melhor representa a distância da cidade A à cidade B?
    (a) 86,6 km
    (b) 88,2 km
    (c) 89,0 km
    (d) 92,2 km
    (e) 100,0 km

Frentes 4 e 5: Matrizes e Determinantes; Sistemas Lineares

11. (UNICAMP 2014) Considere a matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 1 & b & 1 \end{pmatrix},$$

onde a e b são números reais e distintos. Podemos afirmar que
    (a) a matriz M não é invertível
    (b) o determinante de M é positivo.
    (c) o determinante de M é igual a $a^2 - b^2$.
    (d) a matriz M é igual à sua transposta.

12. (UNICAMP 2014) Considere a matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 0 & b \\ c & -2 & 0 \end{pmatrix},$$

onde a, b e c são números reais.
    (a) Encontre os valores de a, b, c de modo que $A^t = -A$.
    (b) Dados $a = 1$ e $b = -1$, para que valores de c e d o sistema linear

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ d \end{pmatrix}$$

    tem infinitas soluções?

13. (FUVEST 2012) Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 2a+1 \\ a-1 & a+1 \end{pmatrix}$$

em que a é um número real. Sabendo que A admite inversa A^{-1} cuja primeira coluna é

$$\begin{pmatrix} 2a-1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a soma dos elementos da diagonal principal de A^{-1} é igual a
    (a) 5

(b) 6
(c) 7
(d) 8
(e) 9

14. (ENEM 2018) Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram três bilhetes, 45 compraram 2 bilhetes, e muitos compraram apenas um. O total de alunos que comprou um único bilhete era 20% do número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio.

    Quantos alunos compraram somente um bilhete?

    (a) 34
    (b) 42
    (c) 47
    (d) 48
    (e) 79

15. (ENEM 2013) Uma fábrica de fórmicas produz placas quadradas de lados de medida igual a y centímetros. Essas placas são vendidas em caixas com N unidades e, na caixa, é especificada a área máxima S que pode ser coberta pelas N placas. Devido a urna demanda do mercado por placas maiores, a fábrica triplicou a medida dos lados de suas placas e conseguiu reuni-las em uma nova caixa, de tal forma que a área coberta S não fosse alterada.

    A quantidade X, de placas do novo modelo, em cada nova caixa será igual a:

    (a) N/9
    (b) N/6
    (c) N/3
    (d) 3N
    (e) 9N

16. (FUVEST) O determinante da inversa da matriz a seguir é:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1/5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

    (a) $-52/5$
    (b) $-48/5$
    (c) $-5/48$
    (d) $5/52$
    (e) $5/48$

17. (FUVEST 2012) (Fuvest 2012) Em uma festa com n pessoas, em um dado instante, 31 mulheres se retiraram e restaram convidados na razão de 2 homens para cada mulher. Um pouco mais tarde, 55 homens se retiraram e restaram, a seguir, convidados na razão de 3 mulheres para cada homem. O número n de pessoas presentes inicialmente na festa era igual a

    (a) 100
    (b) 105
    (c) 115

(d) 130
(e) 135

18. (ENEM 2013) Médicos alertam sobre a importância de educar as crianças para terem hábitos alimentares saudáveis. Por exemplo, analisando-se uma bolacha com recheio de chocolate (25 g) e um pé de alface (25 g), observam-se as seguintes quantidades de nutrientes, respectivamente:

- carboidratos: 15 g e 0,5 g;
- proteínas: 1,9 g e 0,5 g.

Disponível em: http://veja.abril.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Considerando as informações apresentadas, qual deve ser o número de pés de alface consumidos para se obter a mesma quantidade de carboidratos de uma bolacha?

(a) 50
(b) 30
(c) 14
(d) 8
(e) 7

19. (ENEM 2012)

QUESTÃO 178

Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

A $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

B $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

C $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

E $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

20. (UFMG 2013) Considere o seguinte sistema linear nas incógnitas x e y:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 6x + ay = 3 \end{cases}$$

Observando-se que o coeficiente de y na segunda equação é um parâmetro a,

(a) Determine para quais valores de a o sistema tem solução.

(b) Determine as soluções x e y em função do parâmetro a, caso o sistema tenha solução.

(c) Determine todos os valores de a para os quais o sistema tenha como solução números inteiros x e y.