



**SALVAGUARDA**

# **LISTA DE EXERCÍCIOS**

**MATEMÁTICA**

**JULHO**

*Olá, estudante! Este documento traz a lista de exercícios de Julho. O objetivo dela é te ajudar a fixar os conteúdos do cronograma do mesmo mês.*



## Lista de exercícios: fixação do cronograma de **Julho**

**Assuntos abordados neste mês:**

<b>Frente 8 – Geometria Analítica</b>	<b>Frente 9 – Trigonometria</b>	<b>Frente 10 – Binômio de Newton, Análise Combinatória e Probabilidade</b>	<b>Frente 11 – Geometria Espacial</b>
Conceitos Básicos	Seno e Cosseno no Triângulo Retângulo	Fatorial	Termos Primitivos e Postulados
Distância entre 2 Pontos	Arcos de Circunferência	Binômio de Newton	Diedros, Triedros e Ângulos Poliédricos
Ponto Médio e Baricentro	Ciclo Trigonométrico	Triângulo de Pascal	Prismas
Alinhamento de Pontos	Arcos Notáveis	Princípio Fundamental da Contagem	Cilindros
Reta	Função Seno	Arranjo, Permutação e Combinação	Cone e Pirâmide
Ângulo (entre duas retas)	Função Cosseno		Sólidos de Revolução
Distância de um Ponto a uma Reta	Função Tangente		
Distância de um Ponto a uma Reta (demonstração)	Cossecante, Secante e Cotangente		
Desigualdades Lineares	Relação Fundamental da Trigonometria		

Retas Paralelas e Perpendiculares			
--------------------------------------	--	--	--

Agora vamos praticar!

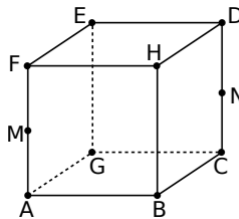
## Frentes 8, 9 e 11: Geometria Analítica; Trigonometria; Geometria Espacial

- (FGV) No plano cartesiano, o ponto P possui coordenadas iguais e é equidistante dos pontos  $(-1, 7)$  e  $(1, 3)$ . O ponto P é
  - (9,9)
  - (10,10)
  - (11,11)
  - (12,12)
  - (13,13)

- (UFMG 2011 - Adaptada) Considere as retas r, s e t de equações, respectivamente,

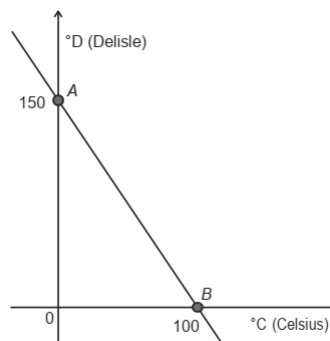
$$y = 2x - 4, \quad y = -x + 11, \quad y = \frac{x + 7}{5}.$$

- Calcule as coordenadas dos pontos de interseção  $A = r \cap s$ ,  $B = r \cap t$  e  $C = s \cap t$ .
  - Determine a área do triângulo ABC.
- (OBMEP - Banco de Questões 2013) Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm.



Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:

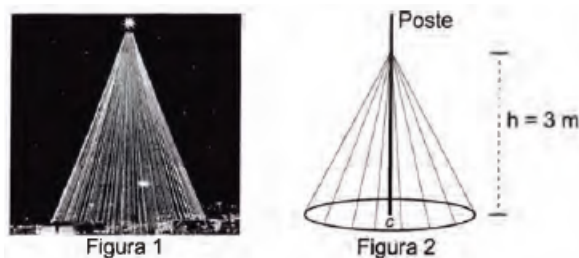
- Do vértice A ao vértice B?
  - Do ponto M ao ponto N?
  - Do vértice A ao vértice D?
- (ENEM 2022) A escala de temperatura Delisle ( $^{\circ}D$ ), inventada no século XVIII pelo astrônomo francês Joseph-Nicholas Delisle, a partir da construção de um termômetro, foi utilizada na Rússia no século XIX. A relação entre as temperaturas na escala Celsius ( $^{\circ}C$ ) e na escala Delisle está representada no gráfico pela reta que passa pelos pontos A e B.



Qual é a relação algébrica entre as temperaturas nessas duas escalas?

- (a)  $2D + C = 100$
- (b)  $2D + 3C = 150$
- (c)  $3D + 2C = 300$
- (d)  $2D + 3C = 300$
- (e)  $3D + 2C = 450$

5. (ENEM 2020) No período de fim de ano, o síndico de um condomínio resolveu colocar, em um poste, uma iluminação natalina em formato de cone, lembrando uma árvore de Natal, conforme as figuras 1 e 2.

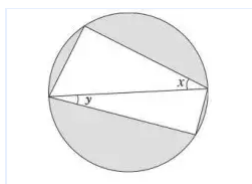


A árvore deverá ser feita colocando-se mangueiras de iluminação, consideradas segmentos de reta de mesmo comprimento, a partir de um ponto situado a 3 m de altura no poste até um ponto de uma circunferência de fixação, no chão, de tal forma que esta fique dividida em 20 arcos iguais. O poste está fixado no ponto C (centro da circunferência) perpendicularmente ao plano do chão.

Para economizar, ele utilizará mangueiras de iluminação aproveitadas de anos anteriores, que juntas totalizaram pouco mais de 100 m de comprimento, dos quais ele decide usar exatamente 100 m e deixar o restante como reserva.

Para que ele atinja seu objetivo, o raio, em metro, da circunferência deverá ser de

- (a) 4,00.
  - (b) 4,87.
  - (c) 5,00.
  - (d) 5,83.
  - (e) 6,26.
6. (FUVEST 2018) O quadrilátero da figura está inscrito em uma circunferência de raio 1. A diagonal desenhada é um diâmetro dessa circunferência.



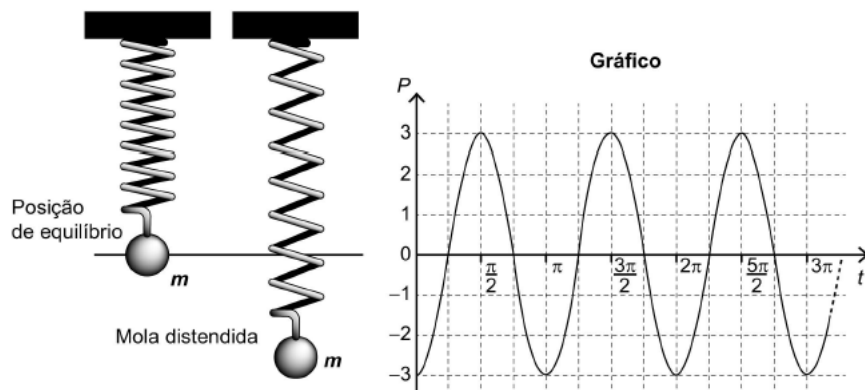
Sendo x e y as medidas dos ângulos indicados na figura, a área da região cinza, em função de x e y, é:

- (a)  $\pi + \text{sen}(2x) + \text{sen}(2y)$
- (b)  $\pi - \text{sen}(2x) + \text{sen}(2y)$
- (c)  $\pi - \cos(2x) + \cos(2y)$

(d)  $\pi - \frac{\cos(2x) + \cos(2y)}{2}$

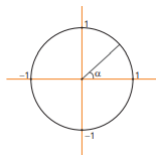
(e)  $\pi - \frac{\sin(2x) + \sin(2y)}{2}$

7. (ENEM 2021) Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição  $P$  (em cm) da massa  $m$  em função do tempo  $t$  (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo  $P(t) = \pm A \cos(\omega t)$  ou  $P(t) = \pm A \sin(\omega t)$ , em que  $A > 0$  é a amplitude de deslocamento máximo e  $\omega$  é a frequência, que se relaciona com o período  $T$  pela fórmula  $\omega = 2\pi/T$ . Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.



A expressão algébrica que representa as posições  $P(t)$  da massa  $m$ , ao longo do tempo, no gráfico, é

- (a)  $-3 \cos(2t)$   
 (b)  $-3 \sin(2t)$   
 (c)  $3 \cos(2t)$   
 (d)  $-6 \cos(2t)$   
 (e)  $6 \sin(2t)$
8. (OBJETIVA 2022) Sabendo-se que a medida do cateto adjacente ao ângulo de  $30^\circ$  de certo triângulo retângulo é igual a 6cm, assinalar a alternativa que apresenta a medida da hipotenusa desse triângulo:
- (a) 12cm  
 (b)  $6\sqrt{3}$ cm  
 (c) 10cm  
 (d)  $4\sqrt{3}$ cm
9. (UERJ 2022) Observe o ângulo central  $\alpha$  do círculo trigonométrico a seguir:



Admitindo que  $0 \leq \alpha < \pi/2$  e  $\cos \alpha = 4/5$ , o valor de  $\sin(2\pi - \alpha)$  é igual a:

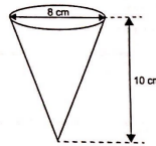
- (a)  $3/5$

- (b)  $1/2$
- (c)  $-3/5$
- (d)  $-1/2$

10. (ENEM 2022) Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda.

Quantas porções da receita-base de massa ela deve ) preparar para atender esse cliente?

- (a) 2
  - (b) 3
  - (c) 6
  - (d) 12
  - (e) 24
11. (ENEM 2022) Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.



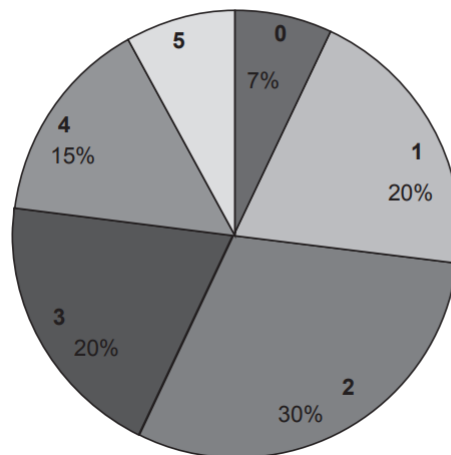
Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10cm. Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolate com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- (a) 1,52.
  - (b) 3,24.
  - (c) 3,60.
  - (d) 6,48.
  - (e) 7,20.
12. (ENEM 2010) Uma empresa de refrigerantes, que funciona sem interrupções, produz um volume constante de  $1\,800\,000\text{ cm}^3$  de líquido por dia. A máquina de encher garrafas apresentou um defeito durante 24 horas. O inspetor de produção percebeu que o líquido chegou apenas à altura de 12 cm dos 20 cm previstos em cada garrafa. A parte inferior da garrafa em que foi depositado o líquido tem forma cilíndrica com raio da base de 3 cm. Por questões de higiene, o líquido já engarrafado não será reutilizado.
- Utilizando  $\pi \cong 3$ , no período em que a máquina apresentou defeito, aproximadamente quantas garrafas foram utilizadas?
- (a) 555
  - (b) 5 555
  - (c) 1 333
  - (d) 13 333
  - (e) 133 333

## Frente 10: Análise Combinatória

13. (URCA 2022) Após um rigoroso processo seletivo, um grupo formado por 7 homens e 4 mulheres atingiu os requisitos exigidos por uma determinada empresa para fins de contratação. Porém a empresa irá contratar apenas 6 dos 11 candidatos aptos, sendo que, destes 6, pelo menos duas devem ser mulheres. De quantos modos a empresa pode escolher este grupo de 6 pessoas?
- (a) 370  
(b) 371  
(c) 455  
(d) 462  
(e) 469
14. Cinco rapazes e quatro moças fundaram uma empresa e resolveram que a diretoria da empresa seria composta de cinco sócios dentre os quais pelo menos dois seriam mulheres. Assim, é correto afirmar que o número de maneiras que se pode escolher a diretoria dessa empresa é
- (a) 110.  
(b) 95.  
(c) 105.  
(d) 100.
15. (UFMG 2013) Uma pesquisa em um segmento populacional registrou o número de filhos por mulher. Em uma comunidade, à época da pesquisa, foram consultadas 1 200 mulheres, revelando uma distribuição conforme mostra o gráfico abaixo.

**Distribuição de filhos por mulher**



Observe que o gráfico informa o número de filhos por mulher e a porcentagem correspondente de mulheres com esse número de filhos, exceto na faixa correspondente a 5 filhos. Com essas informações,

- (a) DETERMINE o número de mulheres entrevistadas com 5 filhos.  
(b) CALCULE a média de filhos por mulher.  
(c) CALCULE a probabilidade de uma mulher, escolhida ao acaso, ter 3 filhos ou mais.



16. (UFMG 2011) QUESTÃO 04 Numa brincadeira, um dado, com faces numeradas de 1 a 6, será lançado por Cristiano e, depois, por Ronaldo. Será considerado vencedor aquele que obtiver o maior número como resultado do lançamento. Se, nos dois lançamentos, for obtido o mesmo resultado, ocorrerá empate. Com base nessas informações,
- CALCULE a probabilidade de ocorrer um empate.
  - CALCULE a probabilidade de Cristiano ser o vencedor.
17. (UFMG 2011) Cinco times de futebol, de igual excelência, vão disputar oito edições seguidas de um torneio anual. Considerando essa informação,
- CALCULE a probabilidade de um mesmo time vencer as duas primeiras edições desse torneio.
  - CALCULE a probabilidade de não haver vencedores consecutivos durante a realização das oito edições desse torneio (*Será considerado vencedor consecutivo o time que vencer, seguidamente, duas ou mais edições do torneio.*).
18. (Faap-SP) O sexto termo do desenvolvimento de  $(x + 2)^8$  pelo binômio de Newton é:
- $48x^3$
  - $10752x^3$
  - $1792x^3$
  - $3584x^3$
  - $112x^3$
19. (UFOP) No meio da “invasão tecnológica” que toma conta de nossas vidas, dona Antônia esqueceu sua senha bancária justamente na hora de efetuar um saque. Ela lembra que a senha é formada por quatro algarismos distintos, sendo o primeiro 5 e o algarismo 6 aparece em alguma outra posição. Qual é o número máximo de tentativas que o banco deveria permitir para que dona Antônia consiga realizar o saque?
20. (ENEM 2022) Um prédio, com 9 andares e 8 apartamentos de 2 quartos por andar, está com todos os seus apartamentos à venda. Os apartamentos são identificados por números formados por dois algarismos, sendo que a dezena indica o andar onde se encontra o apartamento, e a unidade, um algarismo de 1 a 8, que diferencia os apartamentos de um mesmo andar. Quanto à incidência de sol nos quartos desses apartamentos, constatam-se as seguintes características, em função de seus números de identificação:
- naqueles que finalizam em 1 ou 2, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da manhã;
  - naqueles que finalizam em 3,4, 5 ou 6, apenas um dos quartos recebe sol na parte da manhã;
  - naqueles que finalizam em 7 ou 8, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da tarde.
- Uma pessoa pretende comprar 2 desses apartamentos em um mesmo andar, mas quer que, em ambos, pelo menos um dos quartos receba sol na parte da manhã. De quantas maneiras diferentes essa pessoa poderá escolher 2 desses apartamentos para compra nas condições desejadas?
- $9 \cdot \frac{6!}{(6-2)!}$
  - $9 \cdot \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!}$
  - $9 \cdot \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!}$
  - $9 \cdot \frac{2!}{(2-2)! \cdot 2!}$
  - $9 \cdot \left( \frac{8!}{(8-2)! \cdot 2!} - 1 \right)$