SALVAGUARDA

# LISTA DE EXERCÍCIOS

## MATEMÁTICA

## AGOSTO

*Olá, estudante! Este documento traz a lista de exercícios de Agosto. O objetivo dela é te ajudar a fixar os conteúdos do cronograma do mesmo mês.*

# Lista de exercícios: fixação do cronograma de Agosto

**Assuntos abordados neste mês:**

| **Frente 8 – Geometria Analítica** | **Frente 9 – Trigonometria** | **Frente 10 – Binômio de Newton, Análise Combinatória e Probabilidade** | **Frente 11 – Geometria Espacial** |
|---|---|---|---|
| Estudo das Cônicas | Adição e Subtração de Arcos | Introdução à Probabilidade | Esfera |
| Equação da Circunferência | Arcos Duplos | Eventos Complementares | Troncos de Cone e Pirâmide |
| Parábola | Transformação de Soma em Produto | Probabilidade da União | Inscrição e Circunscrição de Sólidos |
| Elipse | Equações Trigonométricas Fundamentais | Probabilidade da Intersecção | |
| Hipérbole | Inequações Trigonométricas Fundamentais | Probabilidade Condicional | |
| | Lei dos Senos | | |
| | Lei dos Cossenos | | |

Agora vamos praticar!

# Frentes 8, 9 e 11: Geometria Analítica; Trigonometria; Geometria Espacial

1. (ENEM 2017) O fisiologista inglês Archibald Vivian Hill propôs, em seus estudos, que a velocidade v de contração de um músculo ao ser submetido a um peso p é dada pela equação (p + a) (v + b) = K, com a, b e K constantes. Um fisioterapeuta, com o intuito de maximizar o efeito benéfico dos exercícios que recomendaria a um de seus pacientes, quis estudar essa equação e a classificou desta forma:

| Tipo de curva |
|---|
| Semirreta oblíqua |
| Semirreta horizontal |
| Ramo de parábola |
| Arco de circunferência |
| Ramo de hipérbole |

O fisioterapeuta analisou a dependência entre v e p na equação de Hill e a classificou de acordo com sua representação geométrica no plano cartesiano, utilizando o par de coordenadas (p ; v). Admita que K ¿ 0 . (*Disponível em: http://rspb.royalsocietypublishing.org. Acesso em: 14 jul. 2015 (adaptado)*).

O gráfico da equação que o fisioterapeuta utilizou para maximizar o efeito dos exercícios é do tipo

(a) semirreta oblíqua.
(b) semirreta horizontal.
(c) ramo de parábola.
(d) arco de circunferência.
(e) ramo de hipérbole.

2. (ENEM 2013) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

I — é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;

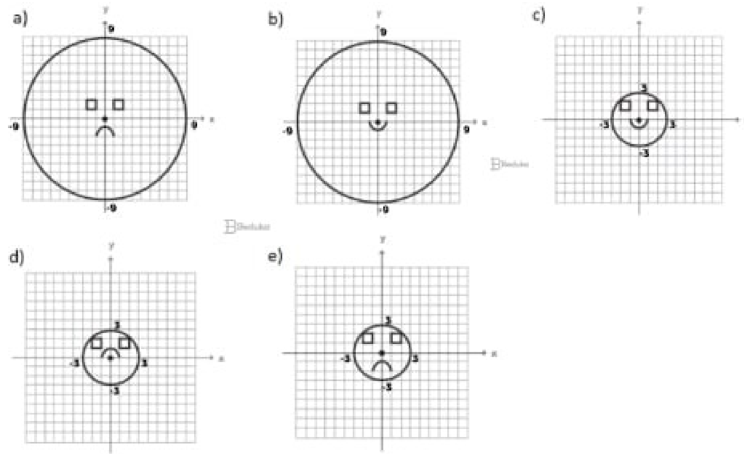
II — é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1;

III — é o quadrado formado pelos vértices (-2, 1), (-1, 1), (-1, 2) e (-2, 2);

IV — é o quadrado formado pelos vértices (1, 1), (2, 1), (2, 2) e (1, 2);

V — é o ponto (0, 0).

A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo uma figura. Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?




3. (ENEM 2020)

Em um ano, uma prefeitura apresentou o relatório de gastos públicos realizados pelo município. O documento mostra que foram gastos 72 mil reais no mês de janeiro (mês 1), que o maior gasto mensal ocorreu no mês de agosto (mês 8) e que a prefeitura gastou 105 mil reais no mês de dezembro (mês 12). A curva que modela esses gastos é a parábola $y = T(x)$, com $x$ sendo o número correspondente ao mês e $T(x)$, em milhar de real.

A expressão da função cujo gráfico é o da parábola descrita é

Ⓐ $T(x) = -x^2 + 16x + 57$

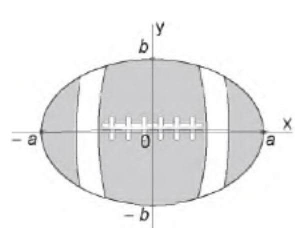
Ⓑ $T(x) = -\frac{11}{16}x^2 + 11x + 72$

Ⓒ $T(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + \frac{381}{5}$

Ⓓ $T(x) = -x^2 - 16x + 87$

Ⓔ $T(x) = \frac{11}{16}x^2 - \frac{11}{2}x + 72$

4. A figura representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores a e b são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.



Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por $V = 4ab^2$. O volume dessa bola, em função apenas de b, é dado por

(a) $8b^3$

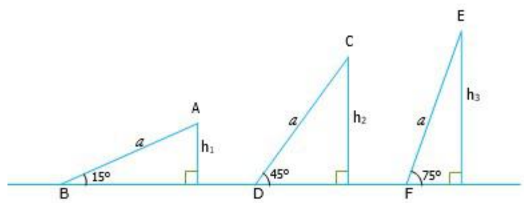
(b) $6b^3$

(c) $5b^3$

(d) $4b^3$

(e) $2b^3$

5. (UERJ 2013) Um esqueitista treina em três rampas planas de mesmo comprimento $\alpha$, mas com inclinações diferentes. As figuras abaixo representam as trajetórias retilíneas AB = CD = EF, contidas nas retas de maior declive de cada rampa.




Sabendo que as alturas, em metros, dos pontos de partida A, C e E são, respectivamente, $h_1, h_2$ e $h_3$, conclui-se que $h_1 + h_2$ é igual a:

(a) $h_3\sqrt{3}$

(b) $h_3\sqrt{2}$

(c) $2h_3$

(d) $h_3$

6. (Unifor – CE) A expressão

$$(\text{sen } (x/2) + \cos(x/2))^2$$

é equivalente a:

(a) 1

(b) 0

(c) $\cos^2(x/2)$

(d) $1 + \text{sen} x$

(e) $1 + \cos x$

7. Sabendo que $\cos x = 4/5$, qual é o valor de sen $(2x)$?

(a) $24/25$

(b) $24/50$

(c) $24/2$

(d) $4/5$

(e) $3/5$

8. (Vunesp) A expressão

$$\frac{\cos^2 \theta}{1 - \text{sen } \theta}$$

com sen $(\theta) = 1$, é igual a:

(a) sen $\theta$
(b) sen $\theta + 1$
(c) tg $\theta \cdot \cos\theta$
(d) 1
(e) $\dfrac{\text{sen } \theta}{\sec\theta}$

9. (UNESP 1991) O conjunto solução de $|\cos(x)| < (1/2)$ para $0 < x < 2\pi$, é definido por

a. $(\pi/3) < x < (2\pi/3)$ ou $(4\pi/3) < x < (5\pi/3)$

b. $(\pi/6) < x < (5\pi/6)$ ou $(7\pi/6) < x < (11\pi/6)$

c. $(\pi/3) < x < (2\pi/3)$ e $(4\pi/3) < x < (5\pi/3)$

d. $(\pi/6) < x < (5\pi/6)$ e $(7\pi/6) < x < (11\pi/6)$

e. $(\pi/6) < x < (2\pi/3)$ ou $(4\pi/3) < x < (11\pi/6)$

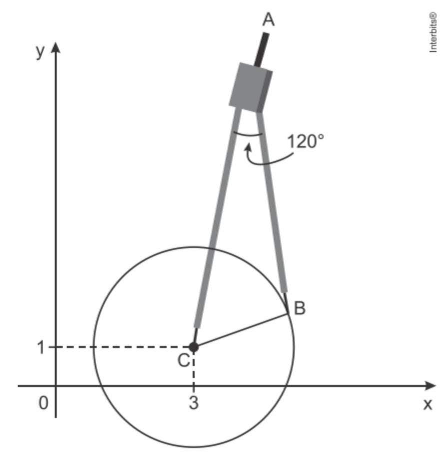
10. (UERJ) Ao coletar os dados para um estudo topográfico da margem de um lago a partir dos pontos A, B e T, um técnico determinou as medidas AT = 32 m; BT = 13 m e o ângulo ATB = 120°, representadas no esquema abaixo.


Calcule a distância, em metros, entre os pontos A e B, definidos pelo técnico nas margens desse lago.

11. (ENEM) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de 120°. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.

Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

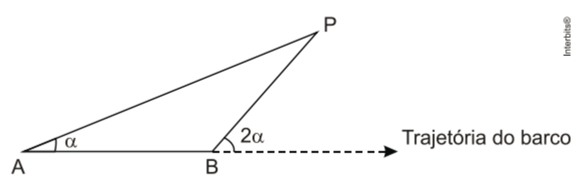
| Tipo de material | Intervalo de valores de raio (cm) |
|---|---|
| I | $0 < R \leq 5$ |
| II | $5 < R \leq 10$ |
| III | $10 < R \leq 15$ |
| IV | $15 < R \leq 21$ |
| V | $21 < R \leq 40$ |




Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$. O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será

(a) I.
(b) II.
(c) III.
(d) IV.
(e) V.

12. (ENEM) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual a fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual $2\alpha$. A figura ilustra essa situação:

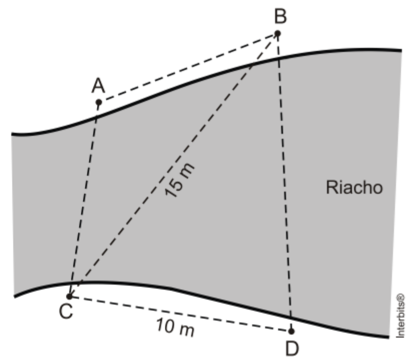



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^{\text{o}}$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

(a) 1000 m
(b) $1000\sqrt{3}$ m
(c) $2000\sqrt{3}/3$ m
(d) 2000 m
(e) $2000\sqrt{3}$ m

13. (UNICAMP) Um topógrafo deseja calcular a distância entre pontos situados à margem de um riacho, como mostra a figura a seguir. O topógrafo determinou as distâncias mostradas na figura, bem como os ângulos especificados na tabela abaixo, obtidos com a ajuda de um teodolito.

| Visada | Ângulo |
|---|---|
| $A\hat{C}B$ | $\pi/6$ |
| $B\hat{C}D$ | $\pi/3$ |
| $A\hat{B}C$ | $\pi/6$ |




(a) Calcule a distância entre A e B.

(b) Calcule a distância entre B e D.

14. (ENEM 2022) Peças metálicas de aeronaves abandonadas em aeroportos serão recicladas. Uma dessas peças é maciça e tem o formato cilíndrico, com a medida do raio da base igual a 4 cm e a da altura igual a 50 cm. Ela será derretida, e o volume de metal resultante será utilizado para a fabricação de esferas maciças com diâmetro de 1 cm, a serem usadas para confeccionar rolamentos. Para estimar a quantidade de esferas que poderão ser produzidas a partir de cada uma das peças cilíndricas, admite-se que não ocorre perda de material durante processo de derretimento.

    Quantas dessas esferas poderão ser obtidas a partir de cada peça cilíndrica?

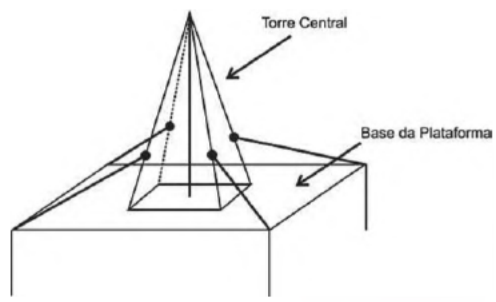
    (a) 800
    (b) 1 200
    (c) 2400
    (d) 4 800
    (e) 6 400

15. (ENEM 2016) Uma indústria de perfumes embala seus produtos, atualmente, em frascos esféricos de raio R, com volume dado por $4/3\pi \cdot (R)^3$. Observou-se que haverá redução de custos se forem utilizados frascos cilíndricos com raio da base R/3 , cujo volume será dado por $\pi(R/3)^2 \cdot h$, sendo h a altura da nova embalagem.

    Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico (em termos de R) deverá ser igual a

    (a) 2R.
    (b) 4R.
    (c) 6R.
    (d) 9R.
    (e) 12R.

16. (ENEM 2010) Devido aos fortes ventos, uma empresa exploradora de petróleo resolveu reforçar a segurança de suas plataformas marítimas, colocando cabos de aço para melhor afixar a torre central. Considere que os cabos ficarão perfeitamente esticados e terão uma extremidade no ponto médio das arestas laterais da torre central (pirâmide quadrangular regular) e a outra no vértice da base da plataforma (que é um quadrado de lados paralelos aos lados da base da torre central e centro coincidente com o centro da base da pirâmide), como sugere a ilustração.




Se a altura e a aresta da base da torre central medem, respectivamente, 24 m e $6\sqrt{2}$ m e o lado da base da plataforma mede $19\sqrt{2}$ m, então a medida, em metros, de cada cabo será igual a

(a) $\sqrt{288}$
(b) $\sqrt{313}$
(c) $\sqrt{328}$
(d) $\sqrt{400}$
(e) $\sqrt{505}$

17. (ENEM 2009) Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira na forma de um cubo para transportá-las. Sabendo que a capacidade da caixa é de 13 824 $cm^3$, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a:
(a) 4
(b) 8
(c) 16
(d) 24
(e) 32

# Frente 10: Análise Combinatória e Probabilidade

18. (ENEM) A World Series é a decisão do campeonato norte-americano de beisebol. Os dois times que chegam essa fase jogam, entre si, até sete partidas. O primeiro desses times que completar quatro vitórias é declarado Campeão. Considere que, em todas as partidas, a probabilidade de qualquer um dos dois times vencer é sempre 1/2.

Qual é a probabilidade de o time campeão ser aquele que venceu a primeira partida da World Series?
(a) 35/64
(b) 40/64
(c) 42/64
(d) 44/64
(e) 52/64

19. (UFMG 2012) Considere três caixas: a primeira contém duas moedas douradas; a segunda, duas moedas prateadas; e a terceira, uma moeda dourada e uma prateada.
(a) Escolhe-se, aleatoriamente, uma das três caixas e, dela, se retira uma moeda, também ao acaso. DETERMINE a probabilidade de essa moeda ser dourada.
(b) Escolhe-se, aleatoriamente, uma das três caixas e, dela, se retiram as duas moedas. DETERMINE a probabilidade de essas duas moedas serem douradas.

(c) Escolhe-se, aleatoriamente, uma das três caixas e, dela, se retira uma moeda, também ao acaso. Suponha que a moeda retirada seja dourada. DETERMINE a probabilidade de a outra moeda da mesma caixa ser, também, dourada.

20. A senha de um cofre é uma sequência formada por oito dígitos, que são algarismos escolhidos de 0 a 9. Ao inseri-la, o usuário se esqueceu dos dois últimos dígitos que formam essa senha, lembrando somente que esses dígitos são distintos. Digitando ao acaso os dois dígitos esquecidos, a probabilidade de que o usuário acerte a senha na primeira tentativa é

   (a) 2/8
   (b) 1/90
   (c) 2/90
   (d) 1/100
   (e) 2/100